

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model mangsa-pemangsa merupakan salah satu fondasi utama dalam ekologi matematika untuk memahami dinamika interaksi antarspesies. Sejak diperkenalkan oleh Lotka (1925) dan Volterra (1926), model ini telah digunakan secara luas untuk menganalisis interaksi antarspesies dalam ekosistem alami maupun buatan. Dalam beberapa dekade terakhir, penelitian tentang model mangsa-pemangsa telah berkembang pesat, terutama dengan memasukkan efek spasial, difusi, serta interaksi multi-spesies untuk memperoleh gambaran yang lebih realistis terhadap dinamika populasi [1], [2].

Perkembangan terkini menunjukkan bahwa model dua spesies (satu pemangsa dan satu mangsa) sering kali tidak cukup untuk menggambarkan kompleksitas ekosistem alami [3]. Oleh karena itu, muncul banyak penelitian mengenai model tiga spesies, khususnya sistem dengan dua pemangsa dan satu mangsa maupun dua mangsa dan satu pemangsa [2], [4]. Model seperti ini memungkinkan analisis kompetisi antara pemangsa puncak dan pemangsa menengah, serta dinamika hierarki yang dapat menghasilkan perilaku kompleks seperti osilasi, bifurkasi [5], dan pembentukan pola spasial [3], [5].

Penambahan difusi ke dalam model mangsa-pemangsa menjadikan sistem diferensial biasa (PDB) berubah menjadi persamaan diferensial parsial (PDP) sehingga memungkinkan representasi penyebaran individu secara spasial. Studi oleh [5] dan [6] menunjukkan bahwa difusi silang dapat menghasilkan dinamika spasial kompleks yang tidak muncul dalam model tanpa difusi. Sementara itu, penelitian [7] dan [2] menegaskan bahwa difusi yang bergantung pada kerapatan dapat memengaruhi kestabilan sistem dan membatasi pertumbuhan populasi.

Analisis kestabilan merupakan aspek penting dalam memahami dinamika mangsa-pemangsa. Penelitian terbaru [1], [3] menunjukkan bahwa kestabilan sistem mangsa-pemangsa dengan dua pemangsa sangat dipengaruhi oleh parameter interaksi dan kecepatan difusi. Selain kestabilan lokal, perhatian juga diberikan pada kestabilan global dan penyebaran spasial, yang berkaitan erat dengan

fenomena gelombang merambat atau gelombang berjalan. Studi-studi oleh [4], [8] membuktikan eksistensi solusi berjalan pada model mangsa-pemangsa tiga spesies, yang menggambarkan proses invasi atau penyebaran populasi dalam ruang.

Pendekatan solusi gelombang berjalan juga digunakan untuk menyelidiki kecepatan penyebaran dan pola perambatan populasi dalam ekosistem yang heterogen secara waktu maupun ruang [8], [9]. Dalam konteks matematika terapan, gelombang berjalan digunakan untuk mentransformasi PDP menjadi sistem PDB melalui transformasi koordinat sehingga mempermudah analisis kestabilan dan dinamika gelombang [10], [11]. Metode ini memungkinkan pemahaman yang lebih mendalam terhadap interaksi spasial antarspesies dalam kondisi dinamis dan lingkungan yang berubah.

Pengolahan limbah cair bertujuan untuk memisahkan air limbah dengan bahan pencemar sebelum dialirkan ke badan air. Pengolahan limbah secara alami dapat dilakukan dengan memanfaatkan mikroorganisme untuk mendegradasi limbah cair domestik. Bakteri aerob dan protozoa merupakan mikroorganisme yang paling umum ditemukan dan berperan penting dalam menurunkan bahan organik pada sistem pengolahan limbah cair domestik. Bakteri aerob berperan langsung dalam proses degradasi bahan organik dengan memanfaatkan oksigen terlarut yang digunakan untuk pertumbuhan sel, respirasi, dan aktivitas metabolik lainnya [12], [13]. Sementara itu, protozoa merupakan mikroorganisme heterotrofik yang berperan dalam menurunkan BOD, karbon organik, serta padatan tersuspensi, sekaligus mengontrol kepadatan populasi bakteri melalui mekanisme pemangsaan [14].

Dalam aplikasi nyata, konsep model mangsa–pemangsa banyak digunakan untuk menggambarkan interaksi antar mikroorganisme. Pada sistem IPAL, bakteri aerob berperan sebagai pengurai bahan organik BOD, sedangkan protozoa bertindak sebagai pemangsa yang mengendalikan populasi bakteri. Interaksi ini berperan penting dalam menjaga keseimbangan komunitas mikroba di dalam IPAL. Keberadaan protozoa terbukti mampu meningkatkan efisiensi penghilangan BOD sekaligus menstabilkan populasi bakteri [15], [16]. Selain interaksi biologis, proses difusi atau penyebaran mikroorganisme dalam medium juga menjadi salah satu faktor yang memengaruhi laju penurunan BOD [17]. Dengan demikian, sistem

ekologi mikroba di IPAL dapat dipandang sebagai representasi nyata dari model mangsa–pemangsa dengan difusi, di mana penyebaran bakteri dan pergerakan protozoa berperan penting terhadap kestabilan dan kinerja sistem pengolahan.

Dengan demikian, penelitian ini memfokuskan kajian pada model mangsa–pemangsa tiga spesies dengan difusi dan interaksi spasial, serta mengkaji kestabilannya melalui pendekatan solusi gelombang berjalan. Simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan parameter yang merepresentasikan interaksi bakteri aerob dan protozoa terhadap BOD pada sistem IPAL sehingga mampu memberikan pemahaman baru mengenai hubungan antara dinamika ekologis mikroba, kestabilan sistem, dan efisiensi penurunan beban organik.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang diselesaikan dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana modifikasi model matematika sistem mangsa–pemangsa tiga spesies dengan difusi yang merepresentasikan interaksi antara bakteri aerob dan protozoa terhadap BOD?
2. Bagaimana kestabilan model mangsa–pemangsa dengan parameter difusi?
3. Bagaimana eksistensi dan ketunggalan solusi dari sistem mangsa–pemangsa dengan difusi?
4. Bagaimana hasil simulasi numerik dari penerapan model mangsa–pemangsa pada sistem IPAL?

1.3 Pembatasan Masalah

Permasalahan yang dibahas dibatasi pada model mangsa–pemangsa dengan difusi. Simulasi numerik dilakukan menggunakan parameter yang merepresentasikan kolam IPAL.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memodifikasi model matematika tiga spesies mangsa–pemangsa dengan difusi berdasarkan interaksi bakteri aerob dan protozoa terhadap BOD.

2. Menganalisis kestabilan titik tetap sistem tanpa dan dengan difusi untuk mengetahui kondisi ekuilibrium yang stabil dan tidak stabil.
3. Membuktikan eksistensi dan ketunggalan solusi dari sistem mangsa-pemangsa dengan difusi.
4. Menganalisis sifat ekologis melalui simulasi numerik dengan menggunakan data yang diperoleh dari IPAL.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memiliki manfaat sebagai berikut:

1. Penelitian ini memberikan kontribusi terhadap pengembangan teori model matematika ekologi, khususnya pada sistem mangsa-pemangsa tiga spesies dengan difusi dan analisis kestabilan. Selain itu, penelitian ini memperluas kajian solusi gelombang berjalan dalam konteks sistem mangsa-pemangsa yang memiliki kompleksitas spasial. Penelitian ini juga memberikan dasar konseptual untuk memahami dinamika interaksi antara bakteri aerob dan protozoa dalam sistem IPAL sebagai suatu sistem ekologi mikroba. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi pengembangan riset lanjutan di bidang biomatematika, ekologi teoretis, dan teknik lingkungan, khususnya yang berkaitan dengan pemodelan dan simulasi numerik sistem biologi yang melibatkan difusi dan interaksi antarspesies.
2. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan masukan bagi pengelola IPAL dalam memahami perilaku penurunan BOD serta dinamika mikroorganisme di dalam kolam pengolahan. Pemahaman tersebut dapat dimanfaatkan sebagai dasar pertimbangan dalam perancangan, pengoperasian, dan pengoptimalan proses biologis pengolahan limbah domestik, khususnya untuk meningkatkan efisiensi kinerja IPAL secara berkelanjutan.

1.6 Sistematika Penulisan

Penelitian ini disusun dalam empat bab utama, yaitu Pendahuluan, Tinjauan Pustaka, Hasil dan Pembahasan, serta Penutup.

Bab I Pendahuluan menjelaskan gambaran umum penelitian yang mencakup latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan laporan secara keseluruhan.

Bab II Tinjauan Pustaka memuat teori-teori dan hasil penelitian sebelumnya yang mendukung pengembangan model pada penelitian ini. Pada bagian ini dibahas konsep yang berkaitan dengan mangsa-pemangsa, analisis titik kesetimbangan, kestabilan lokal, kriteria Routh–Hurwitz, solusi gelombang berjalan, serta metode beda hingga.

Bab III Hasil dan Pembahasan merupakan inti dari penelitian ini. Bab ini juga mencakup formulasi model, analisis kepositifan dan keterbatasan solusi, nondimensionalisasi model, penentuan titik kesetimbangan serta analisis kestabilannya, formulasi solusi gelombang berjalan serta laju penyebaran minimum, analisis sensitivitas parameter, dan simulasi numerik.

Bab IV Penutup menyajikan kesimpulan dari hasil penelitian yang telah diperoleh serta saran yang dapat dijadikan bahan pertimbangan bagi penelitian selanjutnya maupun pihak yang tertarik untuk mengembangkan studi serupa.