

SKRIPSI

RING *QUASI*-BERSIH

QUASI-CLEAN RINGS



NURUL FADHILAH

24010122120014

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2026

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

RING *QUASI*-BERSIH

Telah dipersiapkan dan disusun oleh

NURUL FADHILAH

24010122120014

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 12 Juni 2026

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/ Penguji



Dr. Dra. Titi Udjiani SRRM, M.Si.

NIP. 196402231991022001

Penguji,



Benediktus Panji Pradipta, S.Si., M.Sc.

NIP. 200007222024061001

Mengetahui,

a.n. Ketua Departemen Matematika,



Dr. Sutrisno, S.Sr., M.Sc.

NIP. 198609012014041003

Pembimbing I/Penguji



Dr. Nikken Prima Puspita, S.Si., M.Sc.

NIP. 198604132009122007

ABSTRAK

RING *QUASI*-BERSIH

Oleh:

Nurul Fadhilah

24010122120014

Pada struktur ring, terdapat elemen khusus, yaitu elemen unit dan elemen *quasi*-idempoten. Suatu elemen a di ring R disebut elemen unit jika terdapat elemen b di ring R sedemikian hingga $a.b = b.a = 1_R$. Suatu elemen q di ring R disebut elemen *quasi*-idempoten jika $q^2 = k.q$, untuk suatu elemen unit pusat k di R . Elemen unit k disebut elemen unit pusat jika k adalah elemen unit dan untuk setiap elemen r di R berlaku $k.r = r.k$. Ring *quasi*-bersih adalah ring yang setiap elemennya dapat dinyatakan dalam bentuk penjumlahan suatu elemen unit dan elemen *quasi*-idempoten. Dalam Tugas Akhir ini dibahas tentang teori-teori yang berlaku pada ring *quasi*-bersih. Kemudian dibahas juga hubungan antara ring *quasi*-bersih dengan ring bersih. Terdapat hubungan, yaitu setiap ring bersih merupakan ring *quasi*-bersih tetapi tidak berlaku sebaliknya. Selain itu terdapat beberapa karakteristik di ring *quasi*-bersih, yaitu setiap lapangan merupakan ring *quasi*-bersih, *image* homomorfisma ring dari ring *quasi*-bersih merupakan ring *quasi*-bersih, hasil dari dua buah ring *quasi*-bersih merupakan ring *quasi*-bersih, sifat ring *quasi*-bersih yang dipertahankan melalui isomorfisma antara $R \times R$ dan $D_{2 \times 2}(R)$, ring faktor dari suatu ring *quasi*-bersih merupakan ring *quasi*-bersih, dan ring *corner* dari suatu ring *quasi* bersih merupakan ring *quasi*-bersih.

Kata Kunci: Ring Bersih, *Quasi*-Idempoten, Ring *Quasi*-Bersih, Elemen Unit Pusat.

ABSTRACT

QUASI-CLEAN RINGS

By:

Nurul Fadhilah

24010122120014

In ring theory, there are special elements known as unit elements and quasi-idempotent elements. An element a in a ring R is called a unit element if there exists an element b in R such that $ab = ba = 1_R$. An element q in a ring R is called a quasi-idempotent element if $q^2 = kq$ for some unit central element k in R . A unit element k is called a central unit if k is a unit element and for every element r in R , it satisfies $kr = rk$. A ring is called quasi-clean if every element can be expressed as the sum of a unit element and a quasi-idempotent element. This chapter discusses the theories of quasi-clean rings. It also examines the relationship between quasi-clean rings and clean rings. An interesting relationship is that every clean ring is a quasi-clean ring; however, the converse is not true. Furthermore, several properties of quasi-clean rings are established. In particular, every field is a quasi-clean ring, the homomorphic image of a quasi-clean ring is quasi-clean, the direct product of two quasi-clean rings is quasi-clean, the property of being quasi-clean is preserved under the isomorphism between $R \times R$ and $D_{2 \times 2}(R)$, every factor ring of a quasi-clean ring is quasi-clean, and every corner ring of a quasi-clean ring is quasi-clean.

Keywords: Clean Rings, Quasi-Idempotent Element, Quasi-Clean Rings, Unit Central Element.