SKRIPSI

HUBUNGAN ANTARA MODUL INJEKTIF DENGAN MODUL *DIVISIBLE*

RELATIONSHIP BETWEEN INJECTIVE MODULES AND DIVISIBLE MODULES

SUFFI NURALESA
24010122120012

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG
2026

SKRIPSI

HUBUNGAN ANTARA MODUL INJEKTIF DENGAN MODUL *DIVISIBLE*

RELATIONSHIP BETWEEN INJECTIVE MODULES AND DIVISIBLE MODULES

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat
Sarjana Matematika (S.Mat.)

SUFFI NURALESA
24010122120012

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG
2026

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

HUBUNGAN ANTARA MODUL INJEKTIF DENGAN MODUL *DIVISIBLE*

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

SUFFI NURALESA
24010122120012

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 18 Mei 2026

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,	Penguji,
Benediktus Panji Pradipta, S.Si., M.Sc. NIP. 200007222024061001	Dr. Dra. Titi Udjiani S.R.R.M., M.Si. NIP. 196402231991022001
Mengetahui, Ketua Departemen Matematika,	Pembimbing I/Penguji,
Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si. NIP. 197410142000121001	Dr. Nikken Prima Puspita, S.Si., M.Sc. NIP. 198604132009122007

ABSTRAK

HUBUNGAN ANTARA MODUL INJEKTIF DENGAN MODUL *DIVISIBLE*

Oleh:

Suffi Nuralesa
24010122120012

Dalam teori modul, berbagai jenis modul didefinisikan berdasarkan sifat dan struktur aljabar yang dimilikinya, di antaranya yaitu modul injektif dan modul *divisible*. Suatu modul dikatakan injektif jika setiap homomorfisma dari submodul dapat diperluas ke modul yang memuat submodul tersebut. Sifat injektif suatu modul dapat ditinjau melalui syarat perlu dan cukup, yaitu setiap homomorfisma dari ideal kiri ring ke modul tersebut dapat diperluas menjadi homomorfisma dari ring ke modul tersebut. Di sisi lain, suatu modul dikatakan *divisible* jika untuk setiap elemen ring yang bukan pembagi nol dan setiap elemen modul, terdapat elemen modul lain yang jika dikalikan dengan elemen ring tersebut menghasilkan kembali elemen modul tersebut. Diselidiki hubungan antara modul injektif dengan modul *divisible* yang dimotivasi oleh proses perluasan homomorfisma modul injektif menghasilkan bentuk persamaan yang berkaitan dengan sifat *divisible*. Pada modul atas ring bilangan bulat, suatu modul bersifat injektif jika dan hanya jika grup abeliannya bersifat *divisible*. Lebih lanjut, pada ring yang setiap ideal kirinya siklik dan tidak memuat pembagi nol tak trivial, sifat *divisible* mengakibatkan modul bersifat injektif, dan sebaliknya. Selain itu, jika suatu modul memiliki grup abelian yang *divisible*, maka modul faktor yang dibentuk juga bersifat *divisible* yang mengakibatkan modul tersebut bersifat injektif.

Kata kunci: Modul injektif, modul *divisible*, modul faktor, homomorfisma, grup abelian *divisible*.

ABSTRACT

RELATIONSHIP BETWEEN INJECTIVE MODULES AND DIVISIBLE MODULES

By:

Suffi Nuralesa

24010122120012

In module theory, various types of modules are defined based on their properties and algebraic structures, including injective modules and divisible modules. A module is said to be injective if every homomorphism from a submodule can be extended to the module containing that submodule. The injective property of a module can be examined through necessary and sufficient conditions, that every homomorphism from a left ideal of a ring to the module can be extended to a homomorphism from the ring to the module. On the other side, a module is said to be divisible if for every non-zero divisor of the ring and every element of the module, there exists another element of the module such that when multiplied by the ring element, it is equal to the module element. The relationship between injective modules and divisible modules is investigated, motivated by the process of extending homomorphisms of injective modules, which leads to an equation related to the divisible property. For modules over the ring of integers, a module is injective if and only if its abelian group is divisible. More generally, in a ring where every left ideal is cyclic and contains no non-trivial zero divisors, the divisibility property implies that the module is injective, and conversely. Additionally, if a module has a divisible abelian group, then the factor modules formed are also divisible, which implies that the module is injective.

Keywords: Injective module, divisible module, quotient module, homomorphism, abelian group divisible.