

BAB I

PENDAHULUAN

1. 1. Latar Belakang

Penyakit tuberkulosis (TB) merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh *Mycobacterium tuberculosis*, penyakit ini bukan merupakan penyakit keturunan namun penyakit ini dapat menyerang siapa saja. Bakteri tuberkulosis dapat menyebar melalui udara ketika individu yang mengidap tuberkulosis mengalami batuk, bersin, atau berbicara. Percikan dari dahak tersebut dapat melayang diudara kemudian terhirup oleh individu lain sehingga menularkan infeksi. Terdapat sekitar 10% dari individu yang terinfeksi dapat mengalami gejala penyakit, tetapi bakteri tuberkulosis dapat hidup dalam kondisi non-aktif (laten) selama seumur hidup dan menjadi aktif kembali saat kekebalan tubuh menurun [1].

Di Indonesia, TB masih menjadi masalah kesehatan masyarakat yang serius. Diperkirakan terdapat 1.090.000 kasus TB dan 125.000 kematian setiap tahun, yang berarti ada sekitar 14 kematian setiap jamnya [2]. Sementara itu, keberhasilan pengobatan TB resisten obat baru mencapai 58% jauh dari target 80% [3]. Statistik ini menegaskan urgensi peningkatan upaya pencegahan dan pengobatan di seluruh wilayah Indonesia. Kementerian Kesehatan menerapkan strategi utama termasuk penguatan promosi, edukasi, dan pencegahan. Pada tahun 2025 target nasional yang harus dicapai meliputi 90% deteksi kasus, 100% inisiasi pengobatan serta tingkat keberhasilan pengobatan diatas 80% [3]. Pencapaian target ini diharapkan dapat mengurangi jumlah kasus dan kematian akibat TB secara signifikan.

Pencegahan dan pengobatan selalu dianggap penting untuk mengendalikan penyebaran penyakit TB. Selain itu, kekhawatiran meningkatnya penyakit TB disebabkan oleh TB resisten obat. Meningkatnya kemunculan TB dengan resisten obat semakin memperburuk epidemi tuberculosis.

Salah satu pendekatan yang efektif untuk memahami dan mengendalikan penyebaran penyakit adalah melalui pemodelan matematika, yang dapat menggambarkan dinamika penularan penyakit serta mengevaluasi dampak

intervensi. Model matematika sering dimanfaatkan dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan, termasuk bidang kesehatan, khususnya dalam penanggulangan penyakit menular seperti TB. Dalam bidang ini, terdapat kaitan erat antara teknologi terapan, epidemiologi, dan analisis matematika. Pemodelan matematika sendiri merupakan cabang ilmu yang memiliki peran penting dalam mengendalikan dan mencegah penyebaran penyakit menular. Pemodelan matematika merupakan upaya untuk menggambarkan dan menjelaskan fenomena fisik atau masalah dunia nyata dalam bentuk matematik, sehingga memungkinkan pemahaman yang lebih baik terhadap masalah-masalah tersebut [4]. Pemodelan matematika digunakan untuk memprediksi penyebaran penyakit, jumlah kasus aktif, dan lamanya pandemi [5]. Menurut [6] fenomena perubahan populasi secara kontinu terhadap waktu dapat dijelaskan melalui pendekatan pemodelan matematika, seperti dalam kasus penyebaran penyakit menular, di mana pemodelan matematika menjadi komponen penting dalam menganalisis penyebaran dan pengendalian penyakit tersebut.

Berbagai strategi pengendalian untuk mencegah penyebaran penyakit TB telah dikembangkan dan diterapkan pada berbagai tahap infeksi. Salah satunya upaya preventif utama adalah pemberian vaksin BCG (*Bacillus Calmette–Guérin*). Vaksin BCG merupakan vaksin yang memberikan perlindungan terhadap infeksi TB. Pada penelitian Ifati dkk [7] vaksin BCG diberikan kepada individu yang masih berada dalam kondisi rentan. Selain itu, strategi lain meliputi pemberian pengobatan pada tahap awal, sebelum infeksi berkembang lebih lanjut [8], serta terapi medis pada individu yang telah berada dalam fase laten maupun terinfeksi aktif [9][10][11][12][13]. Namun, dalam beberapa kasus pengobatan tersebut dapat menyebabkan munculnya resistensi terhadap obat, yang ditandai dengan kemunculan resisten obat ganda MDR-TB (*multidrug resistant*) [5][14][15], bahkan hingga resisten terhadap obat lini kedua XDR-TB (*Extensively Drug-Resistant Tuberculosis*) [5]. Pada tahap infeksi yang sudah parah, penanganan intensif di rumah sakit atau karantina medis menjadi langkah yang sangat disarankan untuk mencegah penularan lebih lanjut [16] [17].

Pada penyebaran penyakit TB, terdapat beberapa jenis model matematika yang sangat umum digunakan yaitu model SIS, SIR, SEIR. Model tersebut digunakan guna memprediksi epidemi pada penyebaran penyakit TB. Berdasarkan penelitian terdahulu banyak peneliti yang telah membahas tentang model penyebaran TB, beberapa diantaranya yaitu pada penelitian Mettle dkk, 2020 [8] membahas model SEIR dengan mempertimbangkan pengaruh pengobatan. Adapun model yang dibahas oleh Song Huang & Lianwen Wang, 2024 [18] yaitu model SEITR, pada model tersebut penulis membagi individu terpapar menjadi dua yaitu terpapar yang sudah terdeteksi dan terpapar yang belum terdeteksi, pada penelitian tersebut juga mempertimbangkan variabel kontrol berupa mengurangi tingkat kontak efektif, terapi anti-TB, dan peningkatan tingkat pemulihan. Selanjutnya penelitian yang diteliti oleh [5] membahas model epidemik tuberkulosis dengan mempertimbangkan faktor individu *multidrug resistant* TB (MDR-TB) dan *extensively drug resistant* (XDR-TB). Selanjutnya [19] membagi kompartemen individu terinfeksi menjadi dua yaitu terinfeksi aktif dan terinfeksi dengan resistensi obat (MDR-TB), penelitian ini juga mempertimbangkan vaksinasi dan pengobatan untuk masing-masing individu terinfeksi.

Berdasarkan beberapa penelitian sebelumnya, penulis melakukan penelitian tentang penyebaran penyakit tuberkulosis dengan mengembangkan model SVLIR yang diusulkan pada peneliti sebelumnya [7] dengan factor individu yang divaksinasi (V) dan factor individu terinfeksi resisten obat [5], serta menambahkan variabel kontrol pada model matematika yaitu dengan adanya edukasi kesehatan, terapi pencegahan TB (TPT), dan pengobatan bertujuan untuk mengkontruksi model yang dapat diterapkan untuk kasus TB di Indonesia, khususnya di Kabupaten Demak. Alasan lain penulis mengembangkan dengan penambahan kontrol optimal yaitu diharapkan penelitian ini nantinya dapat membantu praktisi kesehatan dalam merancang strategi intervensi yang efektif untuk mengurangi dampak penyakit tuberculosis. Hal ini juga dapat memberikan pemahaman yang lebih mendalam tentang efektivitas edukasi kesehatan pada tahap rentan dan efektivitas terapi pencegahan TB (TPT) pada tahap laten serta dampak pengobatan terhadap

penyebaran penyakit TB dalam subpopulasi terinfeksi. Dengan demikian, penelitian ini dapat memberikan kontribusi yang signifikan dalam upaya pencegahan dan pengendalian penyakit, serta memperbaiki kesehatan masyarakat secara menyeluruh.

Dari model tersebut dicari titik kesetimbangan bebas penyakit maupun endemik dan bilangan reproduksi dasar. Selanjutnya dilakukan analisis kestabilan lokal maupun global untuk titik kesetimbangan bebas penyakit maupun endemik. Selanjutnya dilakukan simulasi numerik dan analisis sensitivitas untuk melihat visualisasi model serta untuk mendukung teorema-teorema sebelumnya dengan menggunakan nilai parameter yang diambil dari jurnal-jurnal terdahulu.

1. 2. Rumusan Masalah

Permasalahan pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana modifikasi model matematika *SVLIMR* pada penyebaran penyakit Tuberkulosis?
2. Bagaimana analisis kestabilan model matematika *SVLIMR* pada penyebaran penyakit Tuberkulosis?
3. Bagaimana analisis sensitivitas parameter dari model matematika *SVLIMR* pada penyebaran penyakit Tuberkulosis?
4. Bagaimana perbandingan efektivitas model matematika *SVLIMR* penyebaran penyakit Tuberkulosis tanpa kontrol dan dengan kontrol melalui simulasi numerik?

1. 3. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Memperoleh modifikasi model matematika *SVLIMR* pada penyebaran penyakit Tuberkulosis;
2. Menganalisis kestabilan modifikasi model matematika *SVLIMR* pada penyebaran penyakit Tuberkulosis;
3. Menganalisis sensitivitas parameter dari model matematika *SVLIMR* pada penyebaran penyakit Tuberkulosis;

4. Memperoleh perbandingan efektivitas model matematika *SVLIMR* penyebaran penyakit Tuberkulosis tanpa kontrol dan dengan kontrol melalui simulasi numerik.

1. 4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat baik secara teoritis maupun praktis:

1. Manfaat teoritis

Sebagai referensi untuk menambah wawasan mengenai pemodelan matematika dan penerapannya serta mengkaji permasalahan yang berkaitan dengan ilmu lain, khususnya untuk penyebaran tuberkulosis dalam ilmu kedokteran serta permasalahan matematika dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

2. Manfaat praktis

Memberikan dasar pertimbangan dalam menyusun kebijakan atau program yang lebih efektif, efisien, dan sesuai dengan kebutuhan lapangan terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis.

1. 5. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini terdiri dari empat bab yaitu Pendahuluan, Tinjauan Pustaka, dan Hasil dan Pembahasan, serta Penutup.

BAB I Pendahuluan adalah bab yang terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II Tinjauan Pustaka adalah bab yang berisi teori penunjang untuk mendukung pembahasan pada penelitian ini, yang meliputi tinjauan pustaka, penyakit tuberkulosis, pemodelan matematika, kekontinuan fungsi, turunan fungsi, persamaan differensial, sistem persamaan differensial, titik kesetimbangan, linearisasi sistem persamaan differensial, nilai eigen dan vektor eigen, bilangan reproduksi dasar, kestabilan titik kesetimbangan, kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz*, metode Lyapunov, analisis sensitivitas, kontrol optimal, prinsip minimum pontryagin, metode Runge-Kutta Orde 4, dan metode *forward-backward sweep*.

BAB III Metodologi Penelitian adalah bab yang berisi metode penelitian berupa langkah-langkah penelitian serta alur penelitian.

BAB IV Hasil dan Pembahasan merupakan inti dari penelitian ini. Bab ini juga mencakup analisis kepositifan dan keterbatasan solusi, perhitungan bilangan reproduksi dasar, penentuan titik kesetimbangan serta analisis kestabilannya, analisis sensitivitas, dan penerapan kontrol optimal. Selain itu, ditampilkan pula hasil numerik baik tanpa kontrol maupun dengan kontrol berupa edukasi kesehatan, TPT, dan pengobatan.

Bab V Penutup menyajikan kesimpulan dari hasil penelitian yang telah diperoleh serta saran yang dapat dijadikan acuan pertimbangan bagi penelitian selanjutnya maupun pihak yang tertarik untuk mengembangkan studi serupa.