

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika dapat digunakan sebagai alat untuk menganalisis dan memahami dinamika penyebaran penyakit melalui pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk merepresentasi dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau masalah pada dunia nyata dalam pernyataan matematik, sehingga diperoleh pemahaman dari problem dunia nyata tersebut menjadi lebih tepat [1]. Pada dinamika penyebaran penyakit, model matematika memungkinkan pemahaman tentang bagaimana jumlah populasi yang rentan, terinfeksi, dan sembuh berubah seiring waktu melalui persamaan diferensial. Analisis sensitivitas terhadap parameter tertentu dapat dilakukan untuk membantu mengidentifikasi faktor-faktor yang paling memengaruhi dinamika penyakit. Secara lebih lanjut, model matematika pada dinamika penyakit menular memberi gambaran mengenai potensi penularan penyakit dalam suatu populasi, apakah penyakit memiliki kecenderungan untuk menyebar secara luas atau penyebarannya dapat dikendalikan. Salah satu implementasi pemodelan matematika adalah pemodelan dinamika penyebaran penyakit pneumonia yang secara matematis menggunakan konsep-konsep persamaan diferensial dalam menggambarkan interaksi antar kelompok individu dalam suatu populasi.

Pneumonia adalah kondisi peradangan pada jaringan paru-paru yang disebabkan oleh berbagai mikroorganisme, seperti bakteri, jamur, protozoa, dan virus. Penyebab penyakit pneumonia yang paling umum ditemui adalah karena infeksi bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Adanya peradangan pada jaringan paru-paru menyebabkan alveoli terisi oleh cairan sehingga kinerja paru-paru berkurang. Proses penularan penyakit pneumonia terjadi melalui percikan cairan yang berada di udara saat individu terinfeksi batuk, bersin, dan bicara. Selain itu, pneumonia dapat ditularkan dari ibu kepada bayinya saat proses kelahiran. Pneumonia menjadi penyakit menular yang menyebabkan kasus kematian anak berusia dibawah lima tahun (balita) terbanyak di dunia. *World Health Organization* (WHO) melaporkan

pada tahun 2019, sekitar 14% dari seluruh kasus kematian balita disebabkan oleh pneumonia [2]. Pada skala nasional, sebanyak 1,6% dari kasus kematian balita di Indonesia disebabkan oleh penyakit pneumonia. Angka tersebut menunjukkan bahwa pneumonia menjadi penyakit menular pembunuh balita terbanyak. Dalam lingkup regional, Jawa Tengah menempati urutan ketiga dengan cakupan penemuan kasus pneumonia balita tertinggi di Indonesia. Secara lebih spesifik, di Provinsi Jawa Tengah pada bulan Desember tahun 2024 masih terdapat 12.445 kasus pneumonia, dengan 8.335 di antaranya terjadi pada balita [3]. Tingginya kasus pneumonia baik di dunia, di Indonesia, maupun di Provinsi Jawa Tengah menunjukkan urgensi agar terus dilakukan penelitian terhadap pneumonia guna membantu merumuskan strategi pengendalian yang lebih efektif. Saat ini, pemerintah memprioritaskan pengendalian pneumonia untuk usia balita karena pneumonia berkontribusi cukup besar terhadap angka kesakitan dan kematian balita. Salah satu strategi pemerintah untuk mengendalikan penyakit pneumonia pada balita adalah dengan mencanangkan program vaksinasi.

Vaksinasi dapat digunakan sebagai strategi efektif untuk pengendalian penyakit. Vaksinasi bertujuan menghasilkan antibodi alami untuk melawan bakteri. Pada pengendalian penyakit pneumonia, dua jenis vaksin yang dapat digunakan adalah vaksin PCV (*Pneumococcal Conjugate Vaccine*) untuk anak-anak dan vaksin PPV (*Pneumococcal Polysaccharide Vaccine*) untuk usia dewasa rentan seperti lansia atau individu dengan kondisi medis tertentu. Vaksin PCV mengandung fragmen dari dinding sel bakteri *Streptococcus pneumoniae* yang telah diikatkan ke protein lain untuk merangsang sistem kekebalan supaya tubuh memproduksi antibodi yang melawan bakteri tersebut. Data menunjukkan penggunaan PCV pada anak-anak telah menyebabkan penurunan kejadian pneumonia pada anak sebesar 11-35% di negara-negara Amerika Selatan dan sebesar 37% di Inggris [4]. Sementara itu, vaksin PPV diambil dari dinding sel bakteri *Streptococcus pneumoniae* dan kemudian disaring atau diproses lebih lanjut agar sesuai dengan standar keamanan dan efektivitas yang diperlukan. Berdasarkan penelitian, vaksin PPV memiliki efektivitas klinis sekitar 60%-70%, namun efektivitasnya dapat berkurang pada orang dengan sistem kekebalan tubuh yang lemah [5].

Pemodelan matematika untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit menular diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick. Pada model tersebut, populasi dibagi menjadi 3 kompartemen, yaitu kelompok individu rentan (*Susceptible*), kelompok individu terinfeksi (*Infected*), dan kelompok individu yang berhasil sembuh (*Recovered*) yang dikenal sebagai model SIR [6]. Secara lebih spesifik, model matematika untuk pneumonia kemudian dikembangkan. Penelitian oleh Kizito dan Tumwiine [7] membagi populasi individu pada dinamika penyebaran penyakit pneumonia menjadi 5 kompartemen yaitu kelompok individu rentan, pembawa, terinfeksi, tervaksin, dan sembuh. Pemberian vaksin dan meningkatkan efektivitas obat dapat mengurangi infeksi pneumonia pada populasi secara efektif. Otoo dkk. [8] mengembangkan model matematika SIR dengan menambah kompartemen vaksin, individu terpapar tak bergejala, dan individu terpapar dengan gejala. Dengan simulasi numerik, ditunjukkan bahwa vaksinasi dapat mengurangi dinamika penyakit. Pada penelitian oleh Aldila dkk. [9] subpopulasi terinfeksi dibagi menjadi tiga kategori yaitu tahap terpapar, kongesti dan hepatisasi, serta tahap resolusi. Pada penelitian tersebut digunakan kontrol optimal berupa perawatan dan percepatan durasi pengobatan untuk mengendalikan penyebaran penyakit. Bahaye dkk. [10] menggunakan model struktur umur dengan membagi populasi model SIR menjadi dua kelompok usia yaitu anak-anak dan orangtua. Model pembagian kelompok usia atau model struktur umur dikonstruksikan untuk menentukan dampak pengobatan dan gizi yang tepat. Di lain pihak, Chukwu dkk. [11] mengembangkan model SEITR dengan menambahkan kompartemen *treatment* serta membagi populasi menjadi tiga kelompok usia yaitu anak-anak, dewasa, dan lansia. Model struktur umur yang diteliti oleh Bahaye dkk. dan Chukwu dkk. belum memasukkan kompartemen vaksin sebagai upaya pengendalian penyebaran penyakit pneumonia. Sementara itu, beberapa penelitian lain yang sudah disebutkan telah mempertimbangkan kompartemen vaksinasi, namun tidak mempertimbangkan pembagian kelompok usia. Untuk mengisi celah tersebut, pada penelitian tesis ini dimodifikasi model SIR dan SEITR menjadi model SVITR dengan mempertimbangkan pembagian usia dan menambahkan kompartemen vaksin untuk kelompok usia balita yang disebut sebagai model $S_c V_c I_c S_e I_e TR$. Pembagian kelompok usia dilakukan karena terdapat perbedaan

kerentanan terhadap infeksi antara kelompok usia balita dan dewasa. Sementara itu, penambahan kompartemen vaksinasi pada kelompok usia balita dilakukan karena kelompok usia tersebut paling rentan terhadap infeksi pneumonia akibat sistem imunitas yang belum berkembang sempurna. Sejalan dengan hal tersebut, Pemerintah Indonesia saat ini tengah mencanangkan program vaksinasi PCV untuk balita sebagai upaya pencegahan dini terhadap penyakit ini. Hal ini diharapkan dapat membantu dalam memahami dampak pengobatan, vaksinasi, dan intervensi lainnya terhadap penyebaran penyakit pneumonia, terutama dalam menghadapi risiko yang berbeda di berbagai kelompok usia dalam populasi. Model yang dikonstruksikan kemudian dieksplorasi secara keseluruhan dengan menganalisis titik kesetimbangan dan menyimulasikannya secara numerik. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan hasil yang lebih relevan untuk pengembangan strategi pengendalian yang efektif.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, disusun rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana mengembangkan model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia?
2. Bagaimana analisis kestabilan titik kesetimbangan model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia?
3. Bagaimana analisis sensitivitas parameter terhadap bilangan reproduksi dasar pada model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia?
4. Bagaimana formulasi masalah kontrol optimal berupa pemberian gizi yang tepat dan pemberian edukasi pola hidup sehat dan bersih (PHBS) pada model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$?
5. Bagaimana simulasi numerik perbandingan model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia dengan kontrol dan tanpa kontrol?

1.3 Pembatasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada pengembangan model dinamika penyebaran penyakit pneumonia dengan mempertimbangkan dua kelompok usia, yaitu kelompok usia balita dan kelompok usia dewasa. Model pada penelitian ini adalah model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ yang terdiri dari tujuh subpopulasi yaitu subpopulasi rentan usia

balita (S_c), subpopulasi tervaksin PCV usia balita (V_c), subpopulasi terinfeksi usia balita (I_c), subpopulasi rentan usia dewasa (S_e), subpopulasi terinfeksi usia dewasa (I_e), subpopulasi terinfeksi yang mendapat pengobatan (T), dan subpopulasi sembuh atau kebal (R). Model ini merupakan pengembangan dari model struktur umur SIR dan SEITR dengan menambahkan kompartemen subpopulasi individu balita yang tervaksin PCV (V_c) dan subpopulasi individu yang mendapatkan antibiotik (T). Diasumsikan status balita pada S_c , V_c , dan I_c dilihat hanya pada waktu awal pengamatan. Sementara itu, untuk waktu berikutnya S_c , V_c , dan I_c terus dianggap berada pada kelompok balita. Selain itu, penelitian ini juga mempertimbangkan dua variabel kontrol yaitu pemberian gizi yang tepat dan edukasi perilaku hidup bersih dan sehat (PHBS). Kedua variabel kontrol ini dapat membantu menekan penyebaran penyakit pneumonia dengan meningkatkan daya tahan tubuh individu serta mengurangi tingkat penularan di masyarakat.

Penelitian ini hanya membahas dinamika penyebaran penyakit pneumonia dalam populasi tertutup. Penularan diasumsikan terjadi melalui kontak antara individu rentan baik balita maupun dewasa dengan individu yang terinfeksi. Tingkat penularan pada kelompok dewasa lebih rendah dibandingkan pada kelompok balita. Individu yang telah menerima vaksinasi dianggap memperoleh kekebalan tubuh, dan individu yang telah sembuh tidak dapat kembali terinfeksi. Simulasi numerik dilakukan menggunakan data kasus pneumonia di Provinsi Jawa Tengah yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Tengah dari bulan Januari 2018 hingga Desember 2024.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah maka tujuan penelitian ini antara lain :

1. Mendapatkan pengembangan model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia.
2. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia.
3. Menganalisis sensitivitas parameter terhadap bilangan reproduksi dasar pada model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia.

4. Mendapatkan formulasi masalah kontrol optimal berupa pemberian gizi yang tepat dan pemberian edukasi pola hidup sehat dan bersih (PHBS) pada model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$.
5. Menyimulasikan secara numerik perbandingan model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ penyebaran penyakit pneumonia dengan kontrol dan tanpa kontrol.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat baik secara teoretis maupun praktis dalam upaya memahami penyebaran penyakit pneumonia. Adapun manfaat dari penelitian ini dapat dijabarkan sebagai berikut:

a. Manfaat Teoritis

Penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi terhadap pengembangan ilmu pengetahuan tentang pemodelan matematika penyebaran penyakit menular. Modifikasi model SIR dan SEITR dengan pembagian kelompok usia menjadi model $S_cV_cI_cS_eI_eTR$ diharapkan dapat memperkaya kajian teoritis mengenai dinamika penyakit serta memberikan dasar bagi pengembangan model-model epidemiologi lainnya.

b. Manfaat Praktis

Secara praktis, penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran mengenai penyebaran penyakit pneumonia di masyarakat, terutama pada kelompok usia balita yang memiliki tingkat kerentanan tinggi. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi pertimbangan dalam pengambilan kebijakan kesehatan, khususnya dalam perencanaan program vaksinasi dan penanganan pneumonia di tingkat daerah maupun nasional. Model ini juga dapat digunakan sebagai alat bantu dalam evaluasi efektivitas strategi pengendalian penyakit yang sedang atau akan diterapkan oleh pemerintah.

1.6 Sistematika Penulisan

Penelitian ini disusun dalam empat bab utama, yaitu Pendahuluan, Tinjauan Pustaka, Hasil dan Pembahasan, serta Penutup.

Bab I Pendahuluan menjelaskan gambaran umum penelitian yang mencakup latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan laporan secara keseluruhan.

Bab II Tinjauan Pustaka memuat teori-teori dan hasil penelitian sebelumnya yang mendukung pengembangan model pada penelitian ini. Pada bagian ini dibahas konsep yang berkaitan dengan penyebaran penyakit pneumonia, dasar teori pemodelan matematika, turunan fungsi, sistem persamaan diferensial, nilai dan vektor eigen, analisis titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kestabilan lokal dan global, kriteria Routh–Hurwitz, metode Lyapunov, serta teori kontrol optimal dengan prinsip minimum Pontryagin.

Bab III Hasil dan Pembahasan merupakan inti dari penelitian ini. Bab ini juga mencakup analisis kepositifan dan keterbatasan solusi, perhitungan bilangan reproduksi dasar, penentuan titik kesetimbangan serta analisis kestabilannya, analisis sensitivitas parameter, dan penerapan kontrol optimal. Selain itu, ditampilkan pula hasil simulasi numerik baik tanpa kontrol maupun dengan penerapan kontrol berupa pemberian gizi dan edukasi PHBS.

Bab IV Penutup menyajikan kesimpulan dari hasil penelitian yang telah diperoleh serta saran yang dapat dijadikan bahan pertimbangan bagi penelitian selanjutnya maupun pihak yang tertarik untuk mengembangkan studi serupa.