

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori kategori merupakan bagian dari aljabar abstrak yang pertama kali diperkenalkan oleh Eilenberg dan MacLane melalui tulisannya yang berjudul “*General Theory of Natural Equivalences*” pada tahun 1945 [1]. Hasil penelitiannya dimaksudkan untuk memberikan abstraksi dari pendefinisian functor dan transformasi natural. Selama 15 tahun sejak publikasi, konsep teori kategori tidak dianggap sebagai konsep yang sangat membantu dalam perkembangan matematika.

Saat ini, teori kategori merupakan cabang dalam matematika yang dapat memfasilitasi pembahasan berbagai cabang dalam matematika, seperti teori grup, teori gelanggang, ruang topologi, dan lainnya. Kemampuan teori kategori untuk memfasilitasi pembahasan secara luas membuat matematikawan Simmons mengatakan dalam [2], “Setiap matematikawan perlu mengetahui setidaknya tentang keberadaan teori kategori, dan banyak di antaranya akan perlu menggunakan istilah-istilah kategori.”

Teori kategori merupakan kumpulan “obyek” yang dihubungkan oleh “morfisma”. Tentu saja terdapat kecenderungan yang membuat teori kategori tidak bergantung pada cabang matematika lainnya. Namun pada saat ini, banyak bidang matematika yang berbeda dapat ditafsirkan sebagai kategori, serta teknik dan teorema dari teori kategori dapat diterapkan pada bidang-bidang tersebut. Hal ini tentu menjadikan sarana pemahaman yang lebih luas terhadap bidang matematika.

Salah satu contoh kategori adalah kategori grup yang dinotasikan dengan $\mathcal{Grp}$. Kelas $|\mathcal{Grp}|$ terdiri dari grup-grup dalam struktur aljabar. Untuk setiap $A, B \in |\mathcal{Grp}|$ morfisma dari grup A ke grup B berupa homomorfisma grup. Selanjutnya terdapat sifat baru, untuk sebarang $A, B, C \in |\mathcal{Grp}|$ jika $f: A \rightarrow B$ dan $g: B \rightarrow C$ adalah homomorfisma grup, maka $g \circ f: A \rightarrow C$ juga merupakan homomorfisma grup.

Pada tahun 1999, Gregory Garkusha dalam penelitiannya memperkenalkan tentang kategori abelian. Suatu kategori disebut kategori abelian jika pada kategori tersebut mempunyai obyek nol, produk dan koproduk berhingga, setiap morfisma mempunyai kernel dan kokernel, serta setiap monomorfisma merupakan kernel dan setiap epimorfisma merupakan kokernel [3].

Pada tahun 2012, Rizky Handy Wibowo dalam skripsinya yang berjudul “Kategori R -modul” membahas tentang sifat-sifat yang ada pada kategori dimana obyek-obyeknya berupa koleksi dari kelas-kelas R -Modul dan morfismanya berupa homomorfisma R -Modul [4]. Pada tahun 2012, Soleh Munawir dan Y.D. Sumanto dalam penelitiannya yang berjudul “Functor Kovarian pada Kategori” membahas tentang functor kovarian beserta sifat-sifatnya yang mana mempunyai sifat yang sama seperti pemetaan pada umumnya, yaitu injektif, surjektif, dan bijektif [5]. Pada tahun 2016, Agus Suryanto dalam penelitiannya yang berjudul “Functor Kontravarian dan Kategori Abelian” membahas tentang functor kontravarian pada kategori secara umum, aspek-aspek yang terkait dengan kategori abelian seperti obyek nol dan morfisma nol, kernel dan kokernel, produk dan koproduk, serta beberapa sifat yang berkaitan dengan kategori abelian [6].

Dalam teori kategori, hasil kali dua kategori $\mathcal{C}$ dan $\mathcal{D}$, dilambangkan dengan $\mathcal{C} \times \mathcal{D}$ dan disebut sebagai kategori produk. Kategori produk merupakan perluasan dari konsep hasil kali kartesian dua himpunan dan digunakan untuk mendefinisikan bifunctor (functor dengan domain kategori produk). Dalam teori kategori juga terdapat hasil kali dua obyek dalam suatu kategori dimana obyek-obyek hasil produk itu sendiri merupakan bagian dari kategori tersebut.

Pada penelitian ini, dibahas tentang kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori, meliputi konsep dan sifat-sifat yang berkaitan dengan kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang, maka didapatkan beberapa permasalahan yang dikaji sebagai berikut.

- a. Bagaimana penjelasan tentang konsep teori kategori, khususnya kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori?

- b. Bagaimana penjelasan tentang sifat-sifat yang berkaitan dengan kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah yang ada, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

- a. Mengkaji konsep tentang teori kategori, khususnya kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori.
- b. Mengkaji sifat-sifat yang berkaitan dengan kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori.

1.4 Manfaat Penelitian

Pada penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut.

- a. Bagi Mahasiswa

Sebagai pengenalan awal pembelajaran tentang teori kategori dan functor, khususnya pada kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori. Selain itu, dapat digunakan sebagai pengantar untuk melakukan pengembangan penelitian terkait pendefinisian bifunctor (functor dengan domain kategori produk).

- b. Bagi Pendidikan

Menambah kepustakaan tentang teori kategori dan functor, khususnya pada kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori. Selain itu, dapat digunakan sebagai bahan ajar ataupun studi literatur.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini terdiri dari lima bab yaitu Pendahuluan, Tinjauan Pustaka, Metodologi Penelitian, Hasil dan Pembahasan, serta Penutup.

BAB I PENDAHULUAN terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA terdiri dari bab yang berisi teori penunjang untuk mendukung pembahasan pada penelitian ini, yang meliputi penelitian terdahulu, teori himpunan dan relasi, teori grup, serta teori kategori.

BAB III METODE PENELITIAN terdiri dari bab yang menjelaskan langkah-langkah yang digunakan penulis untuk menulis penelitian ini, yang meliputi kajian tentang teori himpunan, relasi dan fungsi, obyek dan morfisma, teori grup, teori kategori, serta kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN berisi tentang pembahasan dari penelitian yang telah dilakukan, meliputi definisi, sifat-sifat, dan contoh dari kategori produk dan produk dua obyek dalam suatu kategori.

BAB V PENUTUP berisi tentang kesimpulan dari penelitian dan saran untuk pembaca maupun peneliti selanjutnya.