

SKRIPSI

**ANALISIS KETERKAITAN BARISAN CAUCHY DENGAN BARISAN
 δ -QUASI-CAUCHY DAN BARISAN QUASI-CAUCHY PADA RUANG
METRIK**

*ANALYSIS OF CORRELATION OF CAUCHY SEQUENCES WITH
 δ -QUASI-CAUCHY SEQUENCES AND QUASI-CAUCHY SEQUENCES IN
METRIC SPACES*



IMMANUEL SINAGA

24010121140100

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2025

SKRIPSI

**ANALISIS KETERKAITAN BARISAN CAUCHY DENGAN BARISAN
 δ -QUASI-CAUCHY DAN BARISAN QUASI-CAUCHY PADA RUANG
METRIK**

***ANALYSIS OF CORRELATION OF CAUCHY SEQUENCES WITH
 δ -QUASI-CAUCHY SEQUENCES AND QUASI-CAUCHY SEQUENCES IN
METRIC SPACES***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana
Matematika (S.Mat.)



IMMANUEL SINAGA

24010121140100

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2025

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

**ANALISIS KETERKAITAN BARISAN CAUCHY DENGAN BARISAN
 δ -QUASI-CAUCHY DAN BARISAN QUASI-CAUCHY PADA RUANG
METRIK**

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

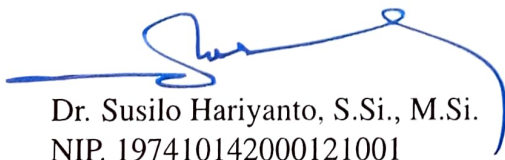
IMMANUEL SINAGA

24010121140100

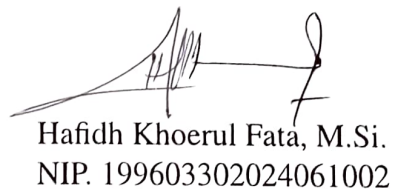
Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 28 Agustus 2025

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,


Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si.
NIP. 197410142000121001

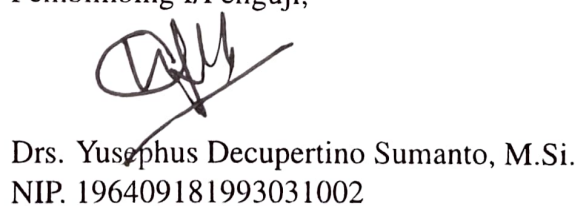
Penguji,


Hafidh Khoerul Fata, M.Si.
NIP. 199603302024061002

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika,


Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si.
NIP. 197410142000121001

Pembimbing I/Penguji,


Drs. Yusephus Decupertino Sumanto, M.Si.
NIP. 196409181993031002

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa Skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 16 Agustus 2025

Immanuel Sinaga

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur selalu dipanjatkan pada Tuhan di tempat yang maha tinggi, karena oleh kasih-Nya, skripsi berjudul "Analisis Keterkaitan Barisan Cauchy dengan Barisan δ -Quasi-Cauchy dan Barisan Quasi-Cauchy pada Ruang Metrik" dapat terselesaikan. Penulisan skripsi ini bertujuan sebagai syarat yang harus dipenuhi oleh penulis untuk menyelesaikan studi Sarjana Matematika. Skripsi ini berisi tentang hasil analisis sifat konvergen yang terdapat pada barisan δ -quasi-Cauchy di sebuah ruang metrik. Hasil analisis ini menggabungkan beberapa teori yang sudah dikenal dalam ruang lingkup analisis matematika, yakni teori konvergensi dan beberapa teori barisan pada himpunan.

Tak lupa, ucapan terima kasih yang sangat dalam perlu penulis ucapkan pada pihak-pihak yang membantu penulis selama menempuh studi:

1. Drs. Yusephus Decupertino Sumanto, M.Si. sebagai Pembimbing I, yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing dan mengarahkan penulis selama penulisan skripsi.
2. Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si. sebagai Pembimbing II, yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing dan mengarahkan penulis selama penulisan skripsi.
3. Dr. Nikken Prima Puspita S.Si., M.Sc. sebagai Dosen Wali, yang telah membimbing dan menjadi tempat konsultasi penulis selama menempuh studi di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro.
4. Kedua orang tua penulis, Jimmy Budianson Sinaga dan Mindo Arta Siahan, yang telah memberikan dukungan dan perhatian pada penulis selama menempuh studi di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro. Terima kasih juga untuk semua curahan kasih sayang yang telah penulis terima. Mohon doanya juga untuk langkah penulis

selanjutnya. Skripsi ini penulis persembahkan untuk kalian.

5. Rekan-rekan angkatan Matematika 2021, terima kasih telah menjadi tempat pertama bagi penulis untuk menulis cerita selama menempuh studi.
6. Rekan-rekan KKN Tim 1 Universitas Diponegoro, Desa Jatisobo, Kecamatan Polokarto, Kabupaten Sukoharjo, terima kasih untuk semua kenangan yang telah kita buat bersama, yang menjadi dasar semangat penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.

Besar harapan penulis apabila isi dalam skripsi ini dapat dikembangkan menjadi lebih baik lagi ke depannya. Segala kata yang tertulis pada skripsi ini, jika ada yang menyinggung perasaan, mohon dimaafkan. Atas perhatiannya, penulis ucapkan terima kasih.

Semarang, 16 Agustus 2025

Immanuel Sinaga

ABSTRAK

ANALISIS KETERKAITAN BARISAN CAUCHY DENGAN BARISAN δ -QUASI-CAUCHY DAN BARISAN QUASI-CAUCHY PADA RUANG METRIK

oleh

Immanuel Sinaga

24010121140100

Ruang metrik terdiri dari banyak barisan, salah satunya adalah barisan Cauchy. Barisan Cauchy menitikberatkan pada nilai metrik dua suku sembarang pada sebuah barisan, yaitu untuk suku-suku yang tidak kurang dari nilai tertentu, nilai metriknya akan semakin kecil. Ketika dua suku yang diketahui diberi syarat baru, yaitu suku-suku yang berurutan, akan terbentuk barisan quasi-Cauchy. Pada konstruksi selanjutnya, dapat ditemukan juga nilai selisih dari dua metrik yang berurutan, yang selanjutnya membentuk barisan δ -quasi-Cauchy. Akan dicari keterkaitan antara barisan Cauchy dengan barisan quasi-Cauchy dan δ -quasi-Cauchy. Dari penelitian yang dilakukan, didapat bahwa barisan Cauchy merupakan barisan bagian dari barisan quasi-Cauchy dan barisan quasi-Cauchy merupakan barisan bagian dari barisan δ -quasi-Cauchy, namun tidak selalu berlaku untuk sebaliknya. Penelitian ini juga menyimpulkan bahwa barisan δ -quasi-Cauchy dan barisan quasi-Cauchy yang terdefinisi pada sebuah ruang metrik merupakan barisan yang terdapat pada ruang metrik lengkap jika barisan yang diketahui juga terdefinisi sebagai barisan Cauchy. Sifat barisan δ -quasi-Cauchy dan barisan quasi-Cauchy dapat digunakan dalam menjelaskan sifat dari nilai aproksimasi sebuah fungsi yang turunannya terdefinisi pada sebarang titik dengan deret Taylor.

Kata Kunci: barisan Cauchy, barisan quasi-Cauchy, barisan δ -quasi-Cauchy, barisan konvergen, ruang metrik lengkap

ABSTRACT

ANALYSIS OF CORRELATION OF CONVERGENCE SEQUENCES WITH δ -QUASI-CAUCHY SEQUENCES AND QUASI-CAUCHY SEQUENCES IN METRIC SPACES

by

Immanuel Sinaga

24010121140100

A metric space consists of many sequences, one of which is a Cauchy sequence. A Cauchy sequence focuses on the metric value of any two terms in a sequence, namely that for terms that are not less than a certain value, the metric value will be smaller. When two known terms are given a new condition, namely consecutive terms, a quasi-Cauchy sequence will be formed. In the next construction, the difference between two consecutive metrics can also be found, which then forms a δ -quasi-Cauchy sequence. The relationship between the Cauchy sequence and the quasi-Cauchy and δ -quasi-Cauchy sequences will be sought. From the research conducted, it was found that Cauchy sequences are sequences that are part of quasi-Cauchy sequences, and quasi-Cauchy sequences are sequences that are part of δ -quasi-Cauchy sequences, but the reverse is not always true. This research also concludes that δ -quasi-Cauchy sequences and quasi-Cauchy sequences defined in a metric space are sequences that exist in a complete metric space if the known sequence is also defined as a Cauchy sequence. The properties of δ -quasi-Cauchy sequences and quasi-Cauchy sequences can be used to explain the properties of the approximation values of a function whose derivatives are defined at any point with a Taylor series.

Keywords: Cauchy sequences, quasi-Cauchy sequences, δ -quasi-Cauchy sequences, convergent sequences, complete metric space