MOBIUS

GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)

Sebuah Pendekatan Regresi Geografis

Rezzy Eko Caraka
Hasbi Yasin

GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)

Sebuah Pendekatan Regresi Geografis

GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)

Sebuah Pendekatan Regresi Geografis

Rezzy Eko Caraka
Hasbi Yasin

MOBIUS

Geographically Weighted Regression (GWR); Sebuah Pendekatan Regresi Geografis
oleh Rezzy Eko Caraka; Hasbi Yasin

MOBIUS

Ruko Jambusari 7A Yogyakarta 55283
Telp: 0274-889398; 0274-882262; Fax: 0274-889057;

Tajuk Entri Utama: Caraka, Rezzy Eko

Geographically Weighted Regression (GWR); Sebuah Pendekatan Regresi Geografis/Rezzy Eko Caraka; Hasbi Yasin
– Edisi Pertama. Cet. Ke-1. – Yogyakarta: Mobius, 2017
xx + 160 hlm.; 25 cm

Bibliografi.: 149 - 153
ISBN : 978-602-19479-7-5
E-ISBN : 978-602-19479-8-2

1. Geografi
I. Yasin, Hasbi II. Judul

910.7

Semua informasi tentang buku ini, silahkan scan QR Code di cover belakang buku ini

ٱلْحَمْدُ لِلَّهِ فَاطِرِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ جَاعِلِ ٱلْمَلَٰٓئِكَةِ رُسُلًا أُو۟لِىٓ أَجْنِحَةٍ
مَّثْنَىٰ وَثُلَٰثَ وَرُبَٰعَ ۚ يَزِيدُ فِى ٱلْخَلْقِ مَا يَشَآءُ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَىْءٍ قَدِيرٌ ١

Segala puji bagi Allah Pencipta langit dan bumi, Yang menjadikan malaikat sebagai utusan-utusan (untuk mengurus berbagai macam urusan) yang mempunyai sayap, masing-masing (ada yang) dua, tiga dan empat. Allah menambahkan pada ciptaan-Nya apa yang dikehendaki-Nya. Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu (QS: 35:1)

SAMBUTAN

Prof. Dr. Ocky Karna Radjasa, M.Sc.*)

"Untuk beberapa orang menjadi Peneliti masih dianggap perkejaan yang kurang menjanjikan tapi dari apa yang dilakukan oleh Peneliti bisa memberikan impact dan kontribusi untuk Indonesia. Saya percaya kalau kamu mampu"

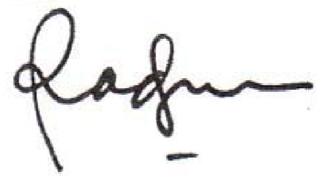
Seorang Mahasiswa datang kepada saya dengan semangat dan mengatakan keseriusan untuk menjadi peneliti dan akademisi. Buku ini sepantasnya mendapat apresiasi dari kerja keras salah satu alumni dan mahasiswa Departemen Statistika Fakultas Sains dan Matematika (FSM) Universitas Diponegoro (UNDIP). Saya menyambut bahagia terbitnya buku 'Statistika Spatial' yang ditulis oleh Rezzy Eko Caraka. Buku ini merupakan bagian kecil dari apa yang telah Rezzy raih berkat keseriusan dan konsistensi yang dimiliki. Semasa kuliah, Rezzy pernah menjadi asisten saya di Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Diponegoro (UNDIP). Rezzy menunjukkan keseriusan untuk menjadi peneliti dan saintis khususnya pada bidang statistika. Rezzy berhasil lulus program sarjana di Departemen Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro dengan masa studi 3 tahun 5 bulan dan merupakan wisudawan termuda yang diwisuda pada periode April 2015.

Memang tidak banyak yang ingin menggunakan hidupnya untuk menjadi peneliti. Oleh karena itu, saya sangat apresiasi atas komitmen yang dimiliki oleh Rezzy. Statistika spatial merupakan salah satu bidang minat keilmuan statistika yang berbasis geografi. Tujuannya adalah untuk mengetahui, menganalisis, dan menyelesaikan permasalahan pada data yang memiliki pola yang khas maupun kedekatan antar lokasi satu dengan lainnya

Buku ini akan memberikan penjelasan khususnya pada bidang statistika spasial atau geostatistika yang dapat digunakan sebagai salah satu metode untuk menyelesaikan permasalahan.

Buku ini juga mencoba menjelaskan secara teoritis, aplikasi dan interpretasi pada metode GWR yang dapat digunakan dalam analisis ekonomi, kesehatan, kependudukan, sosial maupun budaya. Pada buku ini juga diberikan penjelasan tentang turunan rumus dan panduan menggunakan software sehingga diharapkan dapat membantu dan digunakan sebagai bahan referensi oleh mahasiswa D1 sampai dengan S3 sebagai bahan penelitian maupun pendamping buku ajar terutama yang memiliki ketertarikan kepada statistika spatial. Semoga dapat bermanfaat oleh masyarakat dan menjadi amal yang tidak akan pernah putus.

Jakarta, 28 Januari 2017



Prof. Dr. Ocky Karna Radjasa, M.Sc.
Director of Research and Community Services
Ministry of Research, Technology and Higher Education
Ocky.radjasa@ristekdikti.go.id

SAMBUTAN

Dr. Tarno, M.Si.*)

Selama masih ada data selama itu pula Statistika akan selalu esksis"

Departemen Statistika FSM UNDIP merupakan salah satu dari 49 program sarjana oleh Universitas Diponegoro. Departemen Statistika memiliki visi pada tahun 2020 menjadi Program Studi Statistika yang unggul secara nasional dengan kualitas internasional dalam riset dan penyelenggaraan akademik untuk menghasilkan lulusan yang unggul pada bidang pemodelan statistika dan komputasinya dengan implementasi pada bidang: bisnis, industri, keuangan dan aktuaria. Selain itu juga memiliki misi:

1. Menyelenggarakan pendidikan sarjana statistika dengan kualitas internasional.
2. Meningkatkan peran Program Studi Statistika dalam riset di bidang: bisnis, industri, keuangan dan aktuaria untuk lebih mengembangkan ilmu dan terapan statistika.
3. Menyelenggarakan peningkatan kualitas pembelajaran secara berkelanjutan, transparan dan akuntabel.

Buku ini menjelaskan secara teoritis, aplikasi dan interpretasi pada metode *Geographically Weighted Regression* (GWR) dan turunannya. Mata kuliah Statistika Spatial merupakan salah satu matakuliah terapan yang dikembangkan di Departemen Statistika Fakultas Sains dan Matematika

Universitas Diponegoro sehingga sangat menarik untuk dikaji. Semasa kuliah, Rezzy aktif di berbagai organisasi mahasiswa antara lain menjabat sebagai General Manager di biro *Statistics Center* (SC) dan menjadi staff di Departemen Pendidikan dan Penelitian Himpunan Mahasiswa Statistika (HIMASTA). Rezzy berpartisipasi dan memenangkan perlombaan karya tulis yang diselenggarakan oleh Universitas lain dan juga menjadi *best paper* dan *best presenter* pada nasional maupun *International conference*. Rezzy sering terlibat dalam membantu hibah penelitian dan aktif dalam membuat PKM-P (Program Kreativitas Mahasiswa Penelitian) pada tahun 2012 hingga 2015. Selain itu Rezzy pernah menjadi asisten dosen di Departemen Statistika dan juga di Lembaga Pengelola Pengabdian Masyarakat (LPPM) Universitas Diponegoro. Yang lebih membanggakan adalah Rezzy terpilih sebagai salah satu pemuda berprestasi di Provinsi Kepulauan Riau. Semoga buku ini dapat menjadi sumber pustaka untuk mahasiswa dan praktisi yang memiliki ketertarikan kepada statistika spasial.

Jakarta, 28 Januari 2017

Dr. Tarno, M.Si

Ketua Departemen Statistika
Fakultas Sains dan Matematika
tarno@undip.ac.id
www.stat.undip.ac.id

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT kami panjatkan, berkat rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan buku ini. Tak lupa semoga shalawat serta salam senantiasa tercurah kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, kepada keluarganya, sahabatnya, para tabi'in, tabiut tabiahum, kepada kita semua, serta kepada seluruh umatnya hingga akhir zaman yang menjadikan sebagai uswatun hasanah, suri tauladan yang baik. Buku ini merupakan 'catatan pribadi' pada mata kuliah kapita selekta 1 statistika spasial ketika penulis menjalani program strata 1 (S1) di Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro, Semarang. Kapita selekta 1 Statistika Spasial merupakan mata kuliah pilihan yang ditawarkan oleh Departemen Statistika Universitas Diponegoro yang diampu oleh Hasbi Yasin, S.Si., M.Si.

Secara personal penulis merupakan salah satu mahasiswa yang salah jurusan di Departemen Statistika namun menjadi sangat cinta dengan statistika. Buku ini tercipta berkat pecutan, nasihat dari dosen pembimbing agar terus berkomitmen untuk bangkit dari kegagalan, tumbuh dengan konsisten, menikmati proses belajar karena proses tidak akan mengkhianati hasil. Selain itu bahwa rencana Allah lebih indah daripada rencana manusia. Buku ini membahas lengkap mengenai metode statistika spasial dan penerapan dalam permasalahan. Bab pertama membahas definisi statistika spasial, Bab dua sampai dengan empat membahas *Geographically Weighted Regression* (GWR), *Geograpichally Weighted Logistic Regression* (GWLR), *Geograpichally Weighted Logistic Regression Semiparametric* (GWLRS), *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR) dan bab lima membahas tentang applikasi *OpenGeoDa ArcView GIS.* Pada buku ini diberikan sejumlah panduan dalam menganalisis dan intepretasi dari metode tersebut khususnya pengoperasian dengan menggunakan software , ArcView dan OpenGeoDa. R merupakan Bahasa pemrograman untuk komputasi statistik dan grafis. R dikembangkan oleh *Bell Laboratories* (sebelumnya AT&T, sekarang berubah nama menjadi *Lucent Technologies*) oleh John Chambers dan rekan. Banyak hal yang penulis pelajari dari statistika spatial dalam aplikasi keilmuan dan juga filosofi kehidupan. Seperti salah satu *quotes* yang legendaris pada bidang statistika spatial dari Waldo Tobler dalam Anselin (1988): "*Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things*" yang artinya: "Segala sesuatu memiliki hubungan dengan yang lainnya, akan tetapi sesuatu yang berdekatan akan memiliki hubungan yang lebih daripada sesuatu yang berjauhan". Filosofi tersebut tersirat bahwa data yang memiliki lokasi yang sama atau berdekatan lebih memiliki hubungan atau pola yang lebih mirip dari pada data yang memiliki lokasi yang berjauhan. Atas terselesainya buku ini berikanlah kesempatan kepada Penulis untuk mengucapkan terima kasih yang tulus kepada mereka yang selalu memberikan *support* dan juga do'a:

1. Ibunda Fauziani dan Ayahanda Rozali yang selalu menyebutkan nama anaknya di setiap sujud agar selamat dunia dan akhirat. Kasih sayang tak akan putus sepanjang hayat dan Adik bungsu Roffi Dwi Putra yang sedang berjuang menamatkan program sarjana.
2. Prof. Dr. Ocky Karna Radjasa, M. Sc., yang telah memberikan banyak ilmu, dari yang tidak paham menjadi sangat paham dari tidak suka membaca menjadi suka membaca. Sumber inspirasi dan memberikan kesempatan untuk menjadi peneliti.
3. Segenap Dosen Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro, Semarang. Terkhusus kepada Hasbi Yasin,

S.Si, M. Si, Dr. DI. Asih I Maruddani, M.Si., dan Dra. Suparti, M. Si., yang telah memberikan kesempatan belajar untuk terlibat ke dalam penelitian, publikasi jurnal, menjadi asisten penelitian dan asisten dosen.

4. Dr. Shakinah Abu Bakar, *School of Mathematical Sciences*, FST, The National University of Malaysia (UKM) dan Dr. Ng Kok Haur University of Malaya (UM)
5. Keluarga Statistika Undip angkatan 2011 (STATELEVEN), Himpunan Mahasiswa Statistika (HIMASTA) Undip, Statistics Center Undip (SC), Ikatan Alumni Statistika (IKALISTA) UNDIP, Ikatan Alumni (IKA) UNDIP. Terkhusus R. Arya Fauzanissa, Candra Silvia, Gustriza Erda, Ronny Gusnadi, Desriwendi, Lina Irawati, Avia Enggar T dan Firda Shintia D.
6. Putra daerah Karimun Provinsi Kepulauan Riau. Sahabat lebih dari 20 tahun (*still counting*) Zulkifli Mahmud, Muhammad Faisal Abduh, dan Mohammad Syafi'i, Semangat mengejar mimpi semoga semesta ramah dengan cita-cita kita.
7. Sahabat seperjuangan Kadi Mey Ismail, Wawan Sugiyarto, Isma D Kurniawan, Rachmad Adi R., Yuliastuti, Resti Sandy T., Aldyth Alem, Rahmawati, Nyityasmono T. N., Luthfilaudri Nadhira, Jamilatuzzahro, Joanna Nadia, Dian Setyawati, Novieta Sinaga, Rizka Tamimi, Moh. Yulianto K., Robbykha Rosalien, Muhamad Iqbal, Syafira Fitri A., Akmad Faqih, Sarah Najmilah, Arina Larasati S., Marsya M. H., M. Arief Wicaksono, Jonathan S., Hendry W., M. Isa Dwijatmoko, M. Ali Husein, Grady Nagara, Endah L., Muhammad Tahmid.
8. Keluarga baru di Malaysia PPI-M (Persatuan Pelajar Indonesia-Malaysia), PPI-UM (Persatuan Pelajar Indonesia – University of Malaya), PPI-UKM (Persatuan Pelajar Indonesia – Universitas Kebangsaan Malaysia). Uswatun Hasanah, Niki Alma F F, M. Fijar, Mukhti Ali, dan Eizra. Kepada Ikha Rizky dan Achmad Choiruddin yang telah memberikan banyak pemahaman secara advanced terhadap statisika spatial. Semoga kita selalu berpijar layaknya matahari dan lelah hanya untuk mereka yang tidak mempunyai tujuan.

9. Pengurus dan anggota Data Science Indonesia (DSI) terkhusus divisi Research Development and Knowledge Management (RDKM). Tetap pertahankan motto '*Di dataku ada kamu*'.
10. Peneliti Bioinformatics & Data Science Research Center (BDSRC) Bina Nusantara University. Terkhusus kepada Dr. Bens Pardamean, Dr. Haryono Soeparno, Arif Budiarto, Hery H. Mulyo, Shinta P dan Anzaludin S. P.
11. Rekan purna tugas Ekspedisi Nusantara Jaya (ENJ), Natuna, Provinsi Kepulauan Riau. Kementerian Koordinator Maritim dan Sumber Daya Republik Indonesia. Terkhusus kepada Aryo Permana P., Solihin, Sri Novita Y., Zulham A., Satya W. Wicaksana, Semoga bisa mempertahankan komitmen untuk berkontribusi secara nyata, berprestasi, berkarya untuk Bumi Pertiwi. Karena kita memiliki cara sendiri yang unik satu sama lain.

Buku ini jauh dari kata sempurna dan banyak kelemahan oleh karena itu penulis terus membuka diri untuk menerima saran dan kritikan untuk perbaikan buku ini. Semua korespondensi dapat dilakukan dengan email rezzyekocaraka@gmail.com/rezzyekocaraka@rocketmail.com. Semua *script syntax* pada program R dapat diunduh pada website www. rezzyekocaraka.com dengan kata kunci (*password*) "kontribusi untuk negeri". Semoga buku ini dapat digunakan sebagai mana mestinya dan referensi dalam menyelesaikan penelitian, skripsi, tesis maupun disertasi khususnya pada bidang statistika spasial dan menjadi ladang ibadah untuk penulis.

Tanjung Balai Karimun, 27 Januari 2017

Rezzy Eko Caraka
www.rezzyekocaraka.com

DAFTAR ISI

-oo0oo-

DAFTAR GAMBAR

-oo0oo-

DAFTAR TABEL

-oo0oo-

BAB 1

KONSEP DASAR STATISTIKA SPASIAL

Data merupakan hasil dari suatu observasi yang mana dapat disajikan dan diolah sedemikian rupa sehingga dengan sekumpulan data pada akhirnya akan diperoleh suatu kesimpulan. Di era yang semakin berkembang, banyak bidang ilmu seperti ekonomi, sosial, lingkungan, kesehatan, meteorologi, klimatologi, geologi dan sebagainya yang menggunakan data yang berkaitan dengan lokasi atau letak geografis suatu tempat. Data yang memuat informasi mengenai lokasi atau letak geografis suatu daerah dan diperoleh dari hasil pengukuran sering disebut data spasial. Data spasial merupakan data dependen karena berasal dari lokasi yang berbeda yang menunjukkan ketergantungan lokasi yang satu dengan lokasi yang lainnya. Seperti dikatakan oleh Waldo Tobler dalam Anselin (1988): "*Everything is related to everything else, but near things aremore related than distant things*" yang artinya: "Segala sesuatu memiliki hubungan dengan yang lainnya, akan tetapi sesuatu yang berdekatan akan memiliki hubungan yang lebih daripada sesuatu yang berjauhan". Adanya efek spasial merupakan hal yang sering terjadi antara suatu wilayah dengan wilayah lainnya.

Data spasial adalah data yang memuat adanya informasi lokasi atau geografis suatu wilayah, jadi tidak hanya memuat apa yang diukur. Data spasial terdiri atas observasi beberapa fenomena yang memiliki kecenderungan spasial (Fotheringham, A. S *et al*, 2000). Data spasial dapat berupa data diskret atau data kontinu dan dapat pula memiliki lokasi spasial beraturan (*regular*) maupun tak beraturan (*irregular*). Data spasial mempunyai lokasi spasial yang *regular* jika antar lokasi yang saling berdekatan mempunyai posisi beraturan dengan jarak yang sama besar, sedangkan lokasi spasial *irregular* jika antar lokasi yang saling berdekatan mempunyai posisi yang tidak beraturan dengan jarak yang berbeda (Cressie, 1993). Untuk menganalisis data spasial maka digunakan analisis spasial. Menurut De Mers dalam Budiyanto (2010), analisis spasial mengarah pada banyak macam operasi dan konsep termasuk perhitungan sederhana, klasifikasi, penataan, tumpang-susun geometris, dan pemodelan kartografis.

Data spasial merupakan data dependen, karena berasal dari lokasi spasial yang berbeda yang mengindikasikan ketergantungan antara nilai pengukuran dengan lokasi. Data spasial biasanya dinyatakan dengan {Z(s), s D}, di mana D adalah himpunan dari R^d yang menyatakan populasi objek desain ruang yang diteliti. Nilai pengukuran di suatu lokasi s, dinyatakan dengan Z(si), yang merupakan realisasi dari peubah acak Z(s). Peubah acak Z(S) disebut juga dengan peubah teregional, yaitu peubah yang terdistribusi di dalam ruang dan biasanya menunjukan adanya korelasi spasial. Untuk dapat menganalisis suatu kasus berkaitan dengan data spasial maka harus terlebih dahulu diketahui tipe data spasialnya. Menurut Cressie (1993), terdapat 3 tipe data spasial yaitu:

1. Data Geostatistik (*Geostatistical Data*)

Geostatistik muncul pada awal tahun 1980-an sebagai perpaduan disiplin ilmu teknik pertambangan, geologi, matematika, dan statistika. Geostatistik lebih akurat dibandingkan dengan pendekatan klasik yang biasanya digunakan untuk mengestimasi cadangan mineral di mana mencakup keragaman spasial dengan skala besar maupun kecil, atau pada umumnya geostatistika dapat memodelkan kecenderungan spasial (*spasial trend*) dan korelasi spasial (*spasial correlation*). Salah satu bagian penting dari geostatistika adalah memprediksi kualitas dan kandungan pada blok mineral dari sampel yang diobservasi. Dasar dari geostatistika adalah lokasi yang saling berdekatan akan cenderung memiliki kemiripan bobot nilai, sedangkan area yang lokasinya berjauhan bobot nilainya cenderung berbeda. Data geostatistik mengarah pada data sampel berupa titik, baik *regular* maupun *irregular*.

2. Data Area (*Lattice Data*)

Data area (*lattice data*) terdiri dari *regular* dan *irregular* area yang didukung oleh informasi lingkungan dan dihubungkan dengan batas-batas tertentu. Data area sendiri berhubungan dengan wilayah spasial, merupakan kumpulan data atribut diskrit yang merupakan hasil pengukuran pada area tertentu. Secara umum, data area merupakan konsep dari persinggungan antar wilayah (*neighbourhood*). Data pada setiap area diberikan nilai bobot berdasarkan persinggungannya dengan area lain.

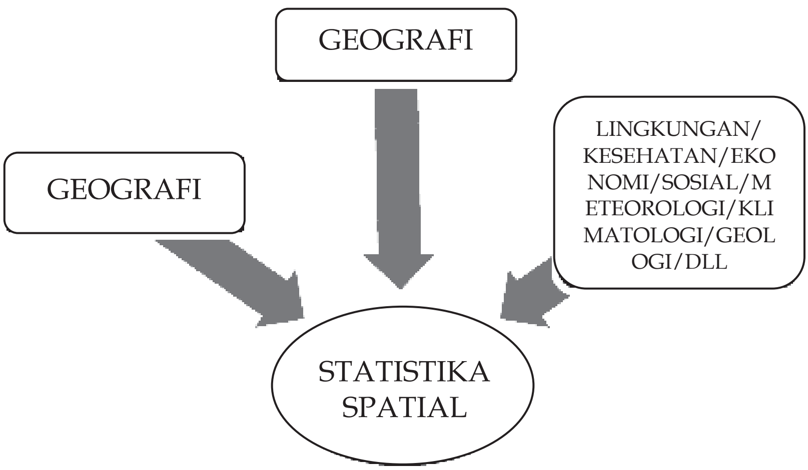
3. Pola Titik (*Point Pattern*)

Lokasi pola titik diperoleh berdasarkan pada posisi koordinat tertentu yang diperoleh berdasarkan informasi lokasi atau wilayah yang bersesuaian. Pola titik muncul ketika variabel yang dianggap penting untuk dianalisis merupakan lokasi dari suatu kejadian. Analisis pada data yang memiliki pola titik bertujuan untuk mengetahui hubungan ketergantungan antar titik. Hubungan ini dapat diketahui berdasarkan segmen yang dibentuk dari lokasi titik-titik yang diamati.

Untuk lebih sederhana dalam memahami tipe data spasial adalah sebagai berikut

1. Kontinu: Elevasi, Curah Hujan, *Ocean salinity*
2. Area:
   a. Tak terbatas: Landuse, area pemasaran, jenis tanah, tipe batuan
   b. Terbatas: Batas kota/negara/provinsi, kepemilikan lahan (*land parcel*), dan wilayah
   c. Perpindahan: Udara, Kumpulan hewan, penangkapan ikan
3. Jaringan: Jalan, Jalur transmisi, sungai
4. Titik:
   a. Tetap: Mata air, lampu jalan, alamat
   b. Berpindah: kendaraan, zebra, burung

Secara tradisional, analisis spasial merupakan domain dari disiplin akademik geografi, terutama geografi kuantitatif, bidang ekologi, transportasi, studi perkotaan dan sejumlah disiplin lain menarik dan berperan penting dalam pengembangan bidang spasial. Analisis spasial jelas tidak sederhana seperti analisis non-spasial namun dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah yang berbasis lokasi. Masalah yang sering muncul adalah untuk mengukur asosiasi antara variabel georeferensi dan juga heterogenitas spasial. Aanalisis spasial berkembang selama beberapa dekade terakhir, terdiri dari dua utama bidang penelitian: analisis data spasial dan pemodelan spasial. Pemodelan spasial terletak di jantung ilmu regional dan mencakup berbagai model yang berbeda terutama model Lokasi. interaksi spasial, spasial analisis dinamis. Pada analisis spasial, analisis data meliputi prosedur untuk identifikasi karakteristik data georeferensi, tes pada hipotesis tentang pola dan hubungan, dan konstruksi dari model yang memberi makna pada pola dan hubungan antara georeferensi variabel.



Gambar 1.1 *Hubungan Statistika Spasial*

Luasnya kepentingan dalam analisis data spasial ini terbukti dari buku spasial oleh Ripley (1981), Upton dan Fingleton (1985), Anselin (1988), Griffith (1988), Haining (1990), Cressie (1991), Fischer dan Nijkamp (1993), Fotheringham dan Rogerson (1994), Bailey dan Gatrell (1995).

vitalitas lanjutan dari lapangan selama dekade terakhir ini digambarkan dengan meningkatnya dimensi spasial dalam penelitian ilmu sosial yang kadang-kadang menghasilkan hasil yang berbeda dan lebih bermakna dari analisis yang sebelumnya mengabaikan dimensi itu. Memperluas penggunaan metode analisis spasial mencerminkan pentingnya lokasi dan interaksi spasial dalam kerangka teoritis, terutama dalam geografi ekonomi baru sebagaimana yang terdapat dalam karya Krugman (1991a, 1991b), Fujita dkk (1999) dan lain-lain. Pusat untuk mengkaji ekonomi berbasis geografi merupakan akuntansi eksplisit untuk lokasi dan interaksi spasial dalam teori perdagangan dan pembangunan ekonomi. yang dihasilkan model yang meningkat dan berbagai bentuk hasil persaingan tidak sempurna dari eksternalitas spasial dan spillovers yang manifestasi spasial membutuhkan ruang yang. Pendekatan analitik dalam pekerjaan empiris sebelumnya diperkenalkan oleh (Goodchild *et al.* 2000). Teknologi analisis spasial telah sangat terpengaruh oleh komputer. Bahkan, meningkatnya minat dalam analisis spasial dalam beberapa tahun terakhir secara langsung terkait dengan kemampuan komputer untuk memproses sejumlah besar data spasial dan untuk memetakan data yang sangat cepat dan murah. *Software Specialised* untuk menangkap, manipulasi dan penyajian data spasial, yang dapat disebut sebagai Sistem Informasi Geografis [GIS], telah banyak meningkatkan berbagai kemungkinan pengorganisasian. Data spasial dengan cara-cara baru dan efisien integrasi spasial dan interpolasi spasial. Ditambah dengan perbaikan dalam ketersediaan data dan peningkatan memori komputer dan kecepatan, teknik baru membuka cara-cara baru bekerja dengan informasi geografis. analisis spasial saat memasuki periode perubahan yang cepat ditandai dengan geocomputation, skala besar baru dan komputasi intensif paradigma ilmiah (lihat Longley *et al.* 1999, Openshaw dan Abrahart, 2000, Fischer, 2006).

Kekuatan pendorong utama di balik paradigma perkembangan dari spasial dalam hal komputasi terdiri dari empat faktor: Pertama, meningkatnya kompleksitas sistem tata ruang yang analisis membutuhkan metode baru untuk pemodelan nonlinear, ketidakpastian, diskontinuitas; kedua, kebutuhan untuk menemukan cara baru dalam menangani dan memanfaatkan semakin besar jumlah informasi spasial dari informasi geografis sistem dan penginderaan jauh, juga revolusi data; ketiga, meningkatnya ketersediaan kecerdasan komputasi teknik yang dapat segera diterapkan ke banyak daerah dalam analisis spasial; dan keempat, perkembangan kinerja tinggi komputasi yang merangsang adopsi paradigma komputasi untuk pemecahan masalah, analisis data dan pemodelan. Tetapi penting untuk dicatat bahwa tidak semua penelitian berdasarkan *geocomputation* membutuhkan penggunaan set data yang sangat besar atau membutuhkan akses ke komputasi kinerja tinggi.

Penerapan statistika spatial dapat dilakukan dalam semua bidang seperti contohnya adalah permasalahan kemiskinan. Kemiskinan merupakan salah satu masalah serius di negara Indonesia. Kemiskinan adalah keadaan di mana terjadi ketidakmampuan untuk memenuhi kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, tempat berlindung, kesehatan dan pendidikan. Kemiskinan juga menjadi salah satu penyebab utama seseorang bunuh diri. Suatu analisis pemodelan regresi untuk mengetahui pengaruh jumlah penduduk bekerja dan jumlah penduduk miskin dengan melibatkan pengaruh aspek spasial sangatlah penting. Hal ini disebabkan aspek aspek kemiskinan tidak hanya dijelaskan oleh peubah-peubah penjelas saja namun juga aspek lokasi. Selain itu pada kesehatan juga perlu dilakukan pemodelan spasial seperti contoh mengkaji faktor eksternal kejadian pneumonia pada balita di suatu provinsi dengan mempertimbangkan aspek spasial. Aspek spasial di sini terkait dengan perbedaan karakteristik lingkungan dan geografis antar daerah sehingga masing-masing daerah ada kemungkinan memiliki variasi yang berbeda. Pendekatan spasial sangat beralasan, karena penyebaran suatu penyakit, terutama penyakit menular sangat dipengaruhi oleh lingkungan sekitar. Jika suatu daerah terjangkit suatu penyakit menular, maka terdapat kemungkinan bahwa daerah sekitarnya akan tertular penyakit ini pula. Oleh karena itu diperlukan suatu metode pemodelan statistik dengan memperhitungkan aspek spasial. Pada kasus lainya adalah pemodelan pertumbuhan ekonomi. Perencanaan pembangunan ekonomi suatu negara atau daerah memerlukan bermacam-macam data untuk dasar penentuan strategi dan kebijakan, agar sasaran pembangunan dapat dicapai dengan tepat. Strategi dan kebijakan pembangunan ekonomi yang telah diambil pada masa-masa lalu perlu dimonitor dan dilihat hasil-hasilnya. Salah satu alat untuk melihat keberhasilan Pemerintah dalam bidang ekonomi adalah pertumbuhan ekonomi. Untuk memodelkan pertumbuhan ekonomi tersebut dapat digunakan metode regresi linear biasa, namun model ini hanya akan menggambarkan kondisi secara umum. Kenyataannya kondisi semua wilayah yang diamati tidak sama, karena adanya faktor geografis, keadaan sosial budaya, maupun hal lainnya yang melatarbelakangi kondisi yang seharusnya juga diteliti. Perbedaan ini sangat memungkinkan munculnya heterogenitas spasial. Bila kasus ini terjadi, maka regresi linear biasa kurang mampu dalam menjelaskan fenomena data yang sebenarnya. Metode analisis spasial yang akan dibahas pada buku ini antara lain;

1. *Geographically Weighted Regression* (GWR)
2. *Geograpichally Weighted Logistic Regression* (GWLR)
3. *Geograpichally Weighted Logistic Regression Semiparametric* (GWLRS)
4. *Geographically Weighted Poisson Regression* (GWPR)
5. Aplikasi *OpenGeoDa ArcView* GIS

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ ٱذۡكُرُواْ نِعۡمَتَ ٱللَّهِ عَلَيۡكُمۡۚ هَلۡ مِنۡ خَٰلِقٍ غَيۡرُ ٱللَّهِ يَرۡزُقُكُم مِّنَ ٱلسَّمَآءِ
وَٱلۡأَرۡضِۚ لَآ إِلَٰهَ إِلَّا هُوَۖ فَأَنَّىٰ تُؤۡفَكُونَ ٣

Hai manusia, ingatlah akan nikmat Allah kepadamu. Adakah pencipta selain Allah yang dapat memberikan rezeki kepada kamu dari langit dan bumi? Tidak ada Tuhan selain Dia; maka mengapakah kamu berpaling (dari ketauhidan)?

(QS: 35: 3)

-oo0oo-

BAB 2

GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)

Menurut Fotheringham, dkk. (2002) GWR adalah metode statistika yang digunakan untuk menganalisis heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial adalah apabila satu peubah bebas yang sama memberikan respon yang tidak sama pada lokasi yang berbeda dalam satu wilayah penelitian. Model GWR menghasilkan penaksir parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi di mana data tersebut diamati. Dalam model GWR, variabel respon y ditaksir dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya tergantung pada lokasi di mana data tersebut diamati.

Model GWR dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \varepsilon_i \text{ , } i = 1, 2, \ldots, n \tag{2.0}$$

dengan

y_i	:	nilai observasi variabel respon ke-i
x_{ik}	:	nilai observasi variabel prediktor ke-k pada lokasi pengamatan ke-i
$\beta_0(u_i, v_i)$	:	konstanta/*intercept* pada pengamatan ke-i

(u_i, v_i)	: menyatakan koordinat letak geografis (*longitude, latitude*) dari lokasi pengamatan ke- i
$\beta_k(u_i, v_i)$	: nilai observasi variabel prediktor ke- k pada lokasi pengamatan ke-i
ε_i	: Error pengamatan ke-i yang diasumsikan identik, independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan varian konstan σ^2

2.1 Penaksiran Parameter $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$

Metode penaksiran parameter pada model GWR adalah dengan metode *Weighted Least Square* (WLS) yaitu dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap lokasi di mana data tersebut dikumpulkan. Misalkan pembobot untuk setiap lokasi ke-i adalah $w_j(u_i, v_i)$ j=1,2,…,n, maka parameter lokasi (u_i, v_i) diestimasi dengan menambahkan unsur pembobot dan kemudian meminimumkan jumlah kuadrat error berikut ini:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i)\varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^{n} w_j(u_i, v_i)(y_j - \beta_0(u_i, v_i) - \beta_1(u_i, v_i)x_{j1} - \beta_2(u_i, v_i)x_{j2} - \dots - \beta_p(u_i, v_i)x_{jp})^2$$

Misalkan

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{p1} & x_{p2} & \cdots & x_{np} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \begin{pmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_p(u_i, v_i) \end{pmatrix}$$

Memiliki ordo **X** (nx(p+1)), **Y** (nx1), **β** ((p+1)x1)

Dan memiliki Persamaan GWR dalam bentuk matriks:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

$$\mathbf{W}(u_i, v_i) = diag[w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \ldots, w_n(u_i, v_i)]$$

dan $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)^T$

Penyelesaian persamaan di atas dalam bentuk matriks adalah:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)]^T \mathbf{W}(u_i, v_i)[\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)]$$
$$= \mathbf{Y}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y} - \mathbf{Y}\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) - \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y}$$
$$+ \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$$

Karena $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\mathbf{X}^T$ maka persamaan di atas menjadi:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y} - 2\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y}$$
$$+ \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$$

Jika persamaan di atas didiferensialkan terhadap matrik $\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)$ dan hasilnya disamakan dengan nol maka didapat:

$$-2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = 0$$
$$\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y}$$
$$\left(\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = \left(\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y}$$
$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \left(\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y} \qquad (2.1)$$

Sehingga, bentuk penaksir parameter dari model GWR untuk setiap lokasi adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = \left(\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{Y}$$

Karena terdapat *n* lokasi sampel maka penaksir ini merupakan penaksir setiap baris dari matrik lokal parameter seluruh lokasi penelitian. Matriknya adalah:

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0(u_1,v_1) & \beta_1(u_1,v_1) & \beta_2(u_1,v_1) & \cdots & \beta_p(u_1,v_1) \\ \beta_0(u_2,v_2) & \beta_1(u_2,v_2) & \beta_2(u_2,v_2) & \cdots & \beta_p(u_2,v_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0(u_n,v_n) & \beta_1(u_n,v_n) & \beta_2(u_n,v_n) & \cdots & \beta_p(u_n,v_n) \end{pmatrix}$$

2.2 Sifat-sifat Penaksir Parameter $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$

Sifat penaksir $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i)$ dari model GWR di atas merupakan penaksir yang tak bias untuk $\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$.

$$\begin{aligned} E\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i)\right] &= E\left[\left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{Y}\right] \\ &= \left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)E[\mathbf{Y}] \\ &= \left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i) \\ &= \mathbf{I}\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i) \\ &= \boldsymbol{\beta}(u_i,v_i) \end{aligned}$$

Sedangkan matriks varian kovarian dari penaksir ini adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Cov\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i)\right] &= Cov\left[\left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{Y}\right] \\ &= \left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)Cov[\mathbf{Y}]\left(\left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\right)^T \\ &= \left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\left(\sigma^2\mathbf{I}\right)\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^T \\ &= \mathbf{G}\mathbf{G}^T\sigma^2 \end{aligned}$$

dengan $\mathbf{G} = \left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)$ (2.2)

2.3 Koordinat Spasial

Variabel koordinat spasial *longitude* dan *lattitude* merupakan variabel yang digunakan dalam pembobotan dalam pembentukan model GWR. *Longitude* adalah garis membujur yang menghubungkan antara sisi utara dan sisi selatan bumi (kutub) yang digunakan untuk mengukur sisi barat-timur koordinat suatu titik di belahan bumi. Sedangkan *lattitude* adalah garis melintang di antara kutub utara dan kutub selatan yang menghubungkan antara sisi timur dan barat bagian bumi yang dijadikan ukuran dalam mengukur sisi utara-selatan koordinat suatu titik di belahan bumi.

2.4 Pembobotan Model GWR

Peran pembobot pada model GWR sangat penting karena nilai pembobot ini mewakili letak data observasi satu dengan lainnya. Skema pembobotan pada GWR dapat menggunakan beberapa metode yang berbeda. Ada beberapa literatur yang bisa digunakan untuk menentukan besarnya pembobot untuk masing-masing lokasi yang berbeda pada model GWR, diantaranya dengan menggunakan fungsi kernel (*kernel function*). Fungsi kernel dinotasikan *K(u)* merupakan suatu fungsi yang kontinu, simetris, terbatas, dan $\int_{\infty}^{\infty} K(u)du = 1$.

Fungsi kernel digunakan untuk mengestimasi paramater dalam model GWR jika fungsi jarak adalah fungsi yang kontinu dan monoton turun. Pembobot yang terbentuk dengan menggunakan fungsi kernel ini adalah fungsi jarak *Gaussian* (*Gaussian Distance Function*). Fungsi pembobotnya dapat ditulis sebagai berikut :

Gauss: $w_j(u_i, v_i) = \phi(d_{ij} / \sigma h)$

Di mana ϕ adalah densitas normal standar dan σ menunjukkan simpangan baku dari vektor jarak d_{ij}.

Dengan $$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \tag{2.3}$$

adalah jarak eucliden antara lokasi (u_i, v_i) ke lokasi (u_j, v_j) dan h adalah parameter non negatif yang diketahui dan biasanya disebut parameter penghalus (bandwidth).

Ada beberapa metode yang digunakan untuk memilih bandwidth optimum, salah satu di antaranya adalah metode *Cross Validation* (CV) yang secara matematis didefinisikan sebagai berikut:

$$CV = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{y}_{\neq i}(h) \right)^2 \tag{2.4}$$

dengan $\hat{y}_{\neq i}(h)$ adalah nilai penaksir y_i di mana pengamatan di lokasi (u_i, v_i)dihilangkan dari proses estimasi. Untuk mendapatkan nilai bandwith (h) yang optimal maka diperoleh dari h yang menghasilkan nilai CV yang minimum.

Proses untuk mendapatkan bandwidth yang meminimumkan nilai CV bisa dilakukan dengan menggunakan teknik *Golden Section Search*. Proses ini dilakukan dengan cara mengevaluasi fungsi dengan tiga nilai yang berbeda, misalnya a, b dan c, di mana a < b < c, a merupakan batas bawah nilai bandwidth yang mungkin dan c merupakan batas atas nilai bandwidth yang mungkin. Nilai a diperoleh dari nilai minimum d_{ij} sedangkan c diperoleh dari nilai maksimum d_{ij}. Nilai fungsi yang dihasilkan pada tiga titik tersebut adalah f(a), f(b) dan f(c), yang disebut juga sebagai triplet. Fungsi tersebut dievaluasi lagi pada suatu nilai baru d yang bisa ditentukan di antara a dan b atau di antara b dan c sehingga menghasilkan nilai fungsi baru, yaitu f(d). Kemudian buang salah satu dari nilai a atau c untuk membentuk triplet baru. Aturan yang digunakan pada teknik *Golden Section Search* adalah:

Jika f(b) < f(d) : triplet baru yang digunakan adalah a < b < d
Jika f(b) > f(d) : triplet baru yang digunakan adalah b < d < c

Proses tersebut berulang sampai dengan dua nilai f(d) yang dihasilkan mendekati sama atau selisihnya lebih kecil daripada suatu nilai yang ditentukan, misal 1x10^{-6}, atau sampai suatu nilai iterasi maksimum yang diperbolehkan.

2.5 Uji Hipotesis Model GWR

2.5.1 Pengujian Kesesuaian Model (*Goodness of Fit)*

Pengujian ini dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:
$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k, k$ = 1, 2, ...,p (tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi global dengan GWR)

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i, v_i)$ yang berhubungan dengan lokasi (u_i, v_i)(ada perbedaan yang signifikan antara model regresi global dan GWR).

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$F^* = \frac{SSE(H_0)/df_1}{SSE(H_1)/df_2} \tag{2.5}$$

dengan:

$SSE(H_0) = \mathbf{Y}^T(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y}$ di mana $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$

$df_1 = n - p - 1$

$SSE(H_1) = \mathbf{Y}^T(\mathbf{I} - \mathbf{S})^T(\mathbf{I} - \mathbf{S})\mathbf{Y}$

$df_2 = (n - 2tr(\mathbf{S}) + tr(\mathbf{S^T S}))$

S adalah matriks proyeksi dari model GWR, yaitu matriks yang memproyeksikan nilai y menjadi $\hat{y}$ pada lokasi (u_i, v_i).

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} x_1^T[\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1, v_1)\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1, v_1) \\ x_{21}^T[\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2, v_2)\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ x_n^T[\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n, v_n)\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

adalah matriks nxn dan **I** adalah matrik identitas ordo n.

Jika F^* lebih besar dari F_{tabel} maka dapat diambil keputusan tolak H_0, dengan kata lain model GWR mempunyai *goodness of fit* yang lebih baik daripada model regresi global. F^* akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_1 dan df_2. Jika diberikan tingkat signifikansi sebesar α, maka diambil keputusan dengan menolak H_0 jika nilai $F^* > F_{\alpha;df_1,df_2}$.

2.5.2 Pengujian Parameter Model

Pengujian ini dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan memengaruhi variabel responnya. Bentuk hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0;\ k = 1, 2, \ldots, p$$

Penaksir parameter $\beta(u_i, v_i)$ seperti pada persamaan (2.2) akan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata $\beta(u_i, v_i)$ dan matriks varian kovarian $\mathbf{GG}^T\sigma^2$, sehingga didapatkan

$$\frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k(u_i, v_i) - \boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)}{\sigma\sqrt{g_{kk}}} \sim N(0,1) \tag{2.6}$$

Dengan g_{kk} adalah elemen diagonal ke-k dari matriks $\mathbf{GG}^T$. Sehingga statistik uji yang digunakan adalah:

$$T = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}_k(u_i, v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{g_{kk}}} \tag{2.7}$$

T akan mengikuti distribusi t dengan derajat bebas df_2. Jika tingkat signifikansi diberikan sebesar α, maka diambil keputusan dengan menolak H_0 atau dengan kata lain parameter $\boldsymbol{\beta}_k(u_i, v_i)$ signifikan terhadap model jika $|T_{hit}| > t_{\alpha/2;df_2}$.

Cara Pengaplikasian

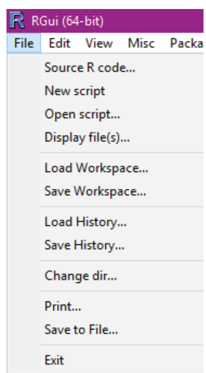
Dalam melakukan simulasi statistika banyak software yang dapat digunakan salah salah satunya adalah R. R merupakan Bahasa pemrograman untuk komputasi statistik dan grafis. R dikembangkan oleh Bell Laboratories (sebelumnya AT&T, sekarang berubah nama menjadi Lucent Technologies) oleh John Chambers dan rekan. R menyediakan berbagai macam statistik (linear dan pemodelan nonlinear, uji statistik klasik, analisis time-series, klasifikasi, clustering, dan lain sebagainya) R memberikan teknik grafis, dan sangat extensible. R menyediakan rute Open Source untuk mendukung dalam analisis dan simulasi. Salah satu kelebihan R adalah kemudahan dalam analisis termasuk mengubah persamaan matematika menjadi syntax. R tersedia sebagai perangkat lunak gratis di bawah persyaratan Lisensi Free Software Foundation GNU General Public dalam bentuk kode sumber. R dapat di jalankan pada berbagai platform seperti UNIX dan sistem yang serupa (termasuk FreeBSD dan Linux), Windows dan MacOS. R dapat diunduh secara gratis pada situs https://www.r-project.org/about.html.

Pada R terdapat menubar yang terdiri dari File, Edit, Misc, Packages, Windows dan Help.

Adapun fungsi dari menubar pada R adalah sebagai barikut

1. File

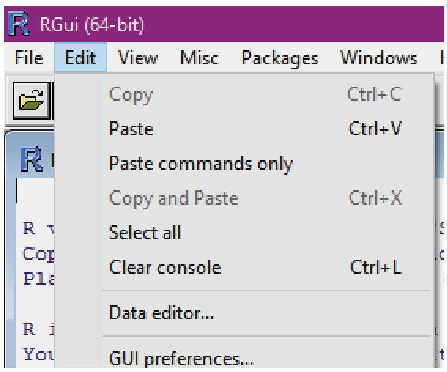
   Ada menubar file terdiri dari source R code, New Script, open script, display files, Load workspace, save workspace, load history, save history, Change dir, print, save to file, dan exit.



   a. **Source R code**: digunakan untuk memanggil kode atau syntax yang sebelumnya disimpan oleh user
   b. **New script**: digunakan untuk membuat skrip kode atau syntax yang bar
   c. **Open script**: digunakan untuk membuka skrip kode atau syntax yang sebelumnya disimpan oleh user

d. **Display file**: digunakan untuk menampilkan file yang sebelumnya disimpan oleh user
e. **Load workspace**: digunakan untuk memanggil lembar kerja yang sebelumya disimpan oleh user
f. **Save workspace**: digunakan untuk menyimpan lembar kerja user
g. **Load History**: Digunakan untuk memanggil rekam jejak analisis yang sebelumnya disimpan oleh user. Cara lain nya dapat digunakan dengan perintah loadhistory(file = ".Rhistory")
h. **Save History**: Digunakan untuk menyimpanl rekam jejak analisis Cara lain nya dapat digunakan dengan perintah savehistory(file = ".Rhistory")
i. **Change dir**: Digunakan untuk mengganti direktori kerja user
j. **Print**: digunakan untuk melakukan cetak kerja user
k. **Save to file**: digunakan untuk menyimpan file kerja user
l. Exit: Digunakan untuk keluar dari program

2. Edit

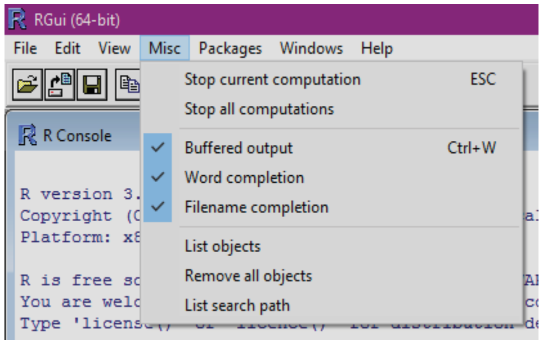


a. **Copy dan Paste:** Digunakan untuk melakukan penyalinan kode atau syntax oleh user
b. **Paste commands only:** digunakan untuk melakukan penyalinan komand dari syntax oleh user
c. **Select all:** digunakan untuk mengutip seluruh perintah user
d. **Clear console:** digunakan untuk menghapus lembar kerja user
e. **Data editor:** digunakan untuk melakukan edit data oleh user
f. **GUI preferences:** digunakan untuk melakukan perintah *graphical user interface* (laman antar muka)

3. MISC

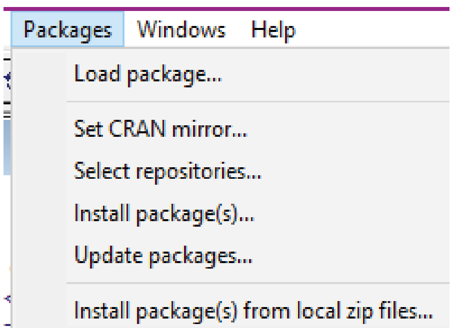
a. **Stop current computation:** Digunakan untuk menghentikan *running syntax,* proses simulasi atau optimasi terakhir yang dilakukan oleh user

b. **Stop all computation:** digunakan untuk menghentikan *running syntax*, proses simulasi atau optimasi yang dilakukan oleh user
c. **Buffered output:** Secara otomatis melakukan penyesuain dari output analisis
d. **Word completion**: secara otomatis software akan melakukan koreksi apabila terdapat keliru dalam kode atau syntax
e. **Filename completion:** secara otomatis software akan melengkapi nama analisis



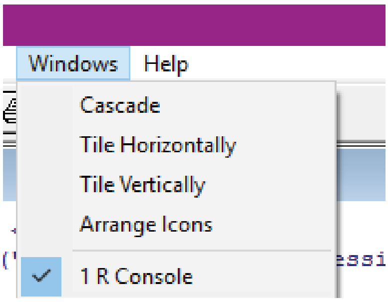
f. **List objects:** digunakan untuk melihat object yang terdapat pada kode atau syntax yang telah dijalankan oleh user
g. **Remove all objects:** digunakan untuk menghapus semua object yang terdapat pada kode atau syntax yang telah dijalankan oleh user

4. **List search path:** digunakan untuk menampilkan database **MISC**
   a. **Load package:** Digunakan untuk memanggil package sebelum dilakukan analisis



   b. **Set CRAN mirror:** digunakan untuk memilih mirror package yang tersimpan pada database R.

c. **Select repositories:** Digunakan untuk memilih repositories dari R di mana terdiri dari CRAN, BioC Software, BioC annotation, BioC experiment, BioC extra, CRAN (extras), Omegahat, R-Forge, rforge.net.
d. **Install package:** Digunakan untuk install package pada software R dengan memilih berdasarkan repositories
e. **Update package:** Digunakan untuk melakukan pembaruan versi package pada software R



f. **Install package from local zip files:** Digunakan untuk install package yang sebelumnya sudah user unduh dari portal R secara terpisah dengan format zip.

Dalam menganalisis GWR dibutuhkan package `GWmodel` dan `GWRr` `SPWGR`

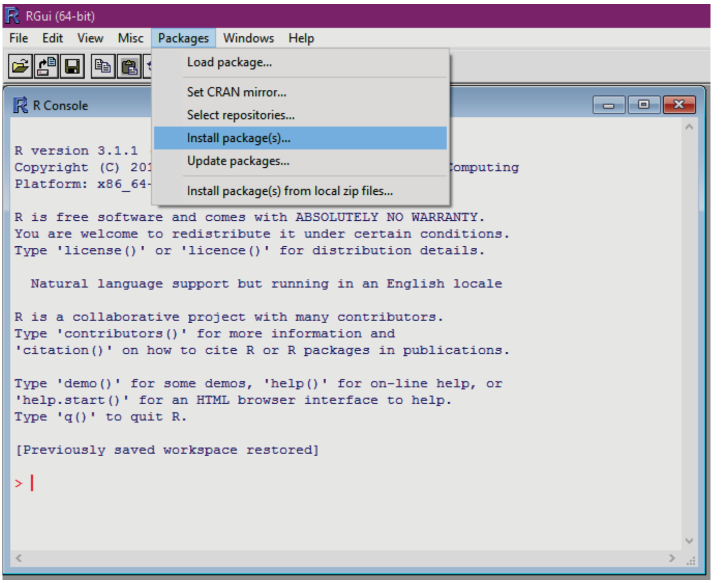
Contoh Kasus 1:

Model GWR diterapkan pada kasus produktivitas padi sawah di Jawa Timur. Variabel respon adalah produktivitas padi, dan variable prediktor adalah pupuk, pestisida, benih, dan curah hujan.

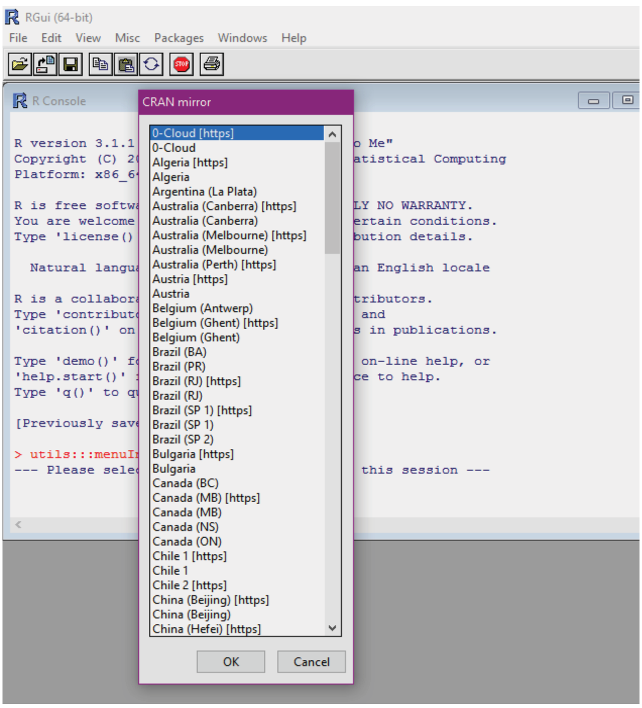
Langkah-langkah dengan R-Software

1. Install Package
   Package utama untuk GWR : sp, spGWR, spdep ….

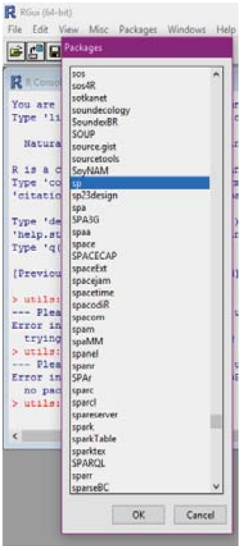
   Menu: Package – install package (s) from local zip files

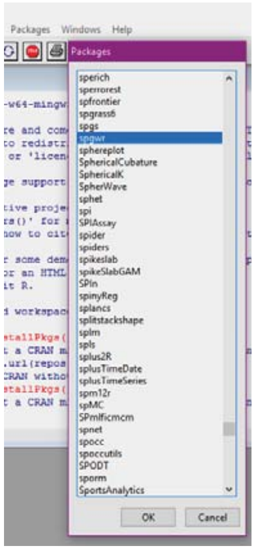


Kemudian pilih mirror CRAN

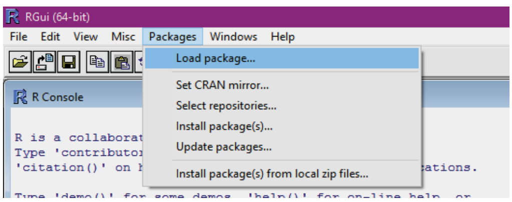


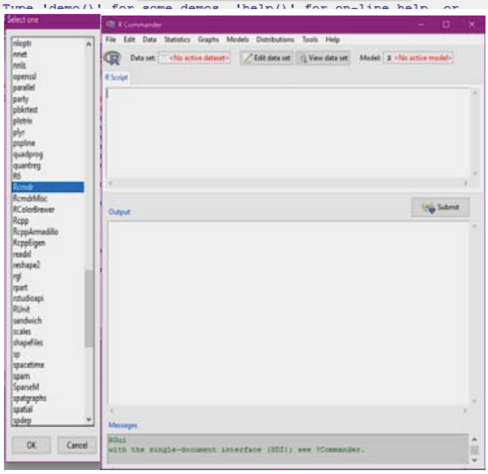
Pilih package sp spGWR spdep



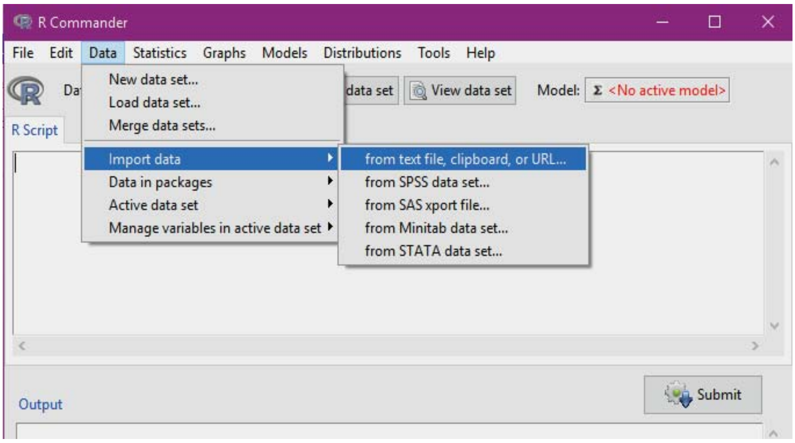


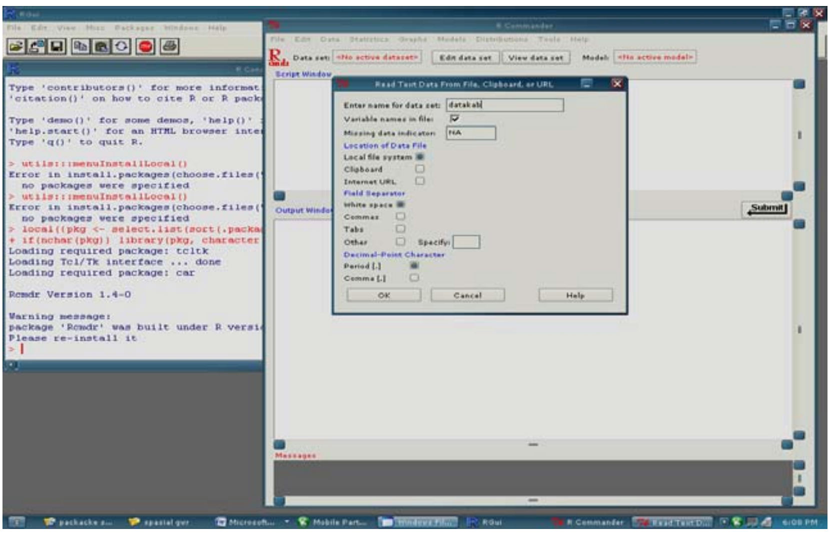
2. Input data
   Aktifkan 'Rcmdr'
   Menu → package → load package





– Import file
  Misalnya dari file .txt
  Menu: data → import data → from text file, clipboard, ….
  Input data dinamakan datakab





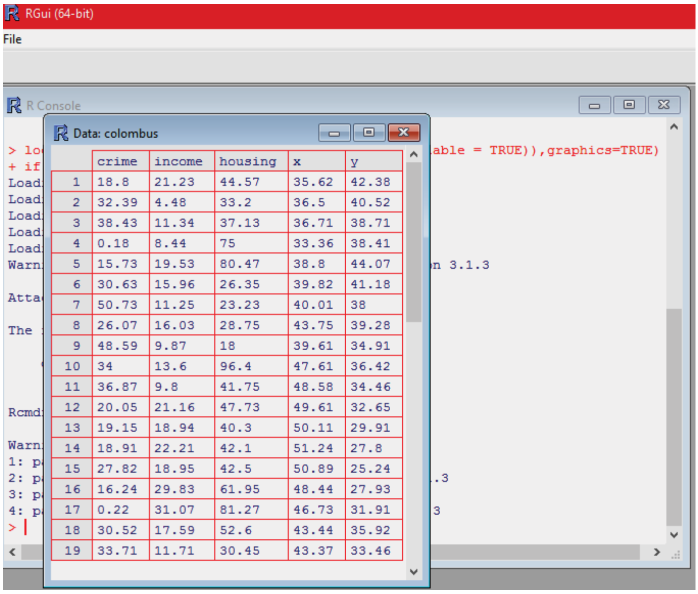
Pada simulasi ini digunakan data colombus. Pembaca bisa unduh pada link google drive oleh penulis yang bisa diakses pada website www.rezzyekocaraka.com.

Tabel 2.1 *Data Colombus*

No	crime	income	housing	X	y	No	crime	income	housing	x	y
1	18.8	21.23	44.57	35.62	42.38	26	22.54	18.8	35.8	42.67	24.96
2	32.39	4.48	33.2	36.5	40.52	27	26.65	11.81	26.8	41.21	25.9
3	38.43	11.34	37.13	36.71	38.71	28	29.03	14.14	27.73	39.32	25.85
4	0.18	8.44	75	33.36	38.41	29	36.66	13.38	25.7	41.09	27.49
5	15.73	19.53	80.47	38.8	44.07	30	42.45	17.02	43.3	38.32	28.82
6	30.63	15.96	26.35	39.82	41.18	31	56.92	7.86	22.85	41.31	30.9
7	50.73	11.25	23.23	40.01	38	32	61.3	8.46	17.9	39.36	32.88
8	26.07	16.03	28.75	43.75	39.28	33	60.75	8.68	32.5	39.72	30.64
9	48.59	9.87	18	39.61	34.91	34	68.89	13.91	22.5	38.29	30.35
10	34	13.6	96.4	47.61	36.42	35	38.3	14.24	53.2	36.6	32.09
11	36.87	9.8	41.75	48.58	34.46	36	54.84	7.63	18.8	37.6	34.08
12	20.05	21.16	47.73	49.61	32.65	37	56.71	10.05	19.9	37.13	36.12
13	19.15	18.94	40.3	50.11	29.91	38	62.28	7.47	19.7	37.85	36.3
14	18.91	22.21	42.1	51.24	27.8	39	46.72	9.55	41.7	35.95	36.4
15	27.82	18.95	42.5	50.89	25.24	40	57.07	9.96	42.9	35.72	35.6
16	16.24	29.83	61.95	48.44	27.93	41	54.52	11.62	30.6	35.76	34.66
17	0.22	31.07	81.27	46.73	31.91	42	43.96	13.19	60	36.15	33.92
18	30.52	17.59	52.6	43.44	35.92	43	40.07	10.66	19.98	34.08	30.42
19	33.71	11.71	30.45	43.37	33.46	44	23.97	14.95	28.45	30.32	28.26
20	40.97	8.09	20.3	41.13	33.14	45	17.68	16.94	31.8	27.94	29.85
21	52.79	10.82	34.1	43.95	31.61	46	14.31	18.74	36.3	27.27	28.21
22	41.97	9.92	23.6	44.1	30.4	47	19.1	18.48	39.6	24.25	26.69
23	39.18	12.81	27	43.7	29.18	48	16.53	18.32	76.1	25.47	25.71
24	53.71	11.11	22.7	41.04	28.78	49	16.49	25.87	44.33	29.02	26.58
25	25.96	16.96	33.5	43.23	27.31						

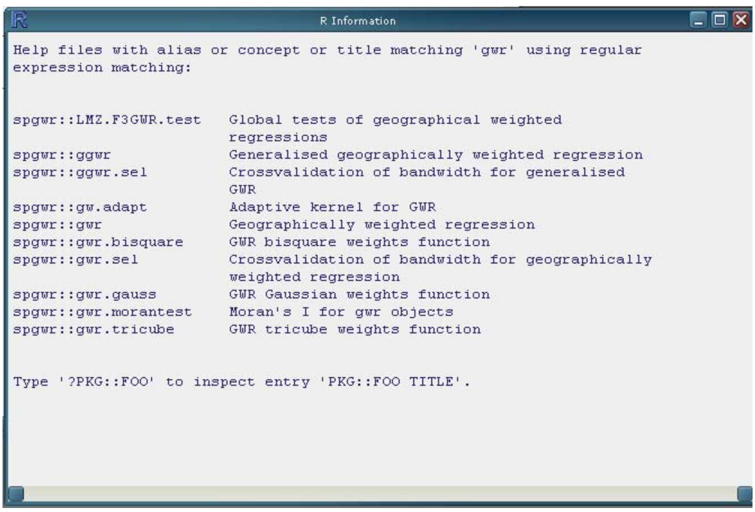
View data:

Menu: view data set



	crime	income	housing	x	y
1	18.8	21.23	44.57	35.62	42.38
2	32.39	4.48	33.2	36.5	40.52
3	38.43	11.34	37.13	36.71	38.71
4	0.18	8.44	75	33.36	38.41
5	15.73	19.53	80.47	38.8	44.07
6	30.63	15.96	26.35	39.82	41.18
7	50.73	11.25	23.23	40.01	38
8	26.07	16.03	28.75	43.75	39.28
9	48.59	9.87	18	39.61	34.91
10	34	13.6	96.4	47.61	36.42
11	36.87	9.8	41.75	48.58	34.46
12	20.05	21.16	47.73	49.61	32.65
13	19.15	18.94	40.3	50.11	29.91
14	18.91	22.21	42.1	51.24	27.8
15	27.82	18.95	42.5	50.89	25.24
16	16.24	29.83	61.95	48.44	27.93
17	0.22	31.07	81.27	46.73	31.91
18	30.52	17.59	52.6	43.44	35.92
19	33.71	11.71	30.45	43.37	33.46

3. Permodelan GWR
   - Mencari package yang harus di panggil
     help.search ("spGWR")




```
Help files with alias or concept or title matching 'gwr' using regular
expression matching:


spgwr::LMZ.F3GWR.test    Global tests of geographical weighted
                         regressions
spgwr::ggwr              Generalised geographically weighted regression
spgwr::ggwr.sel          Crossvalidation of bandwidth for generalised
                         GWR
spgwr::gw.adapt          Adaptive kernel for GWR
spgwr::gwr               Geographically weighted regression
spgwr::gwr.bisquare      GWR bisquare weights function
spgwr::gwr.sel           Crossvalidation of bandwidth for geographically
                         weighted regression
spgwr::gwr.gauss         GWR Gaussian weights function
spgwr::gwr.morantest     Moran's I for gwr objects
spgwr::gwr.tricube       GWR tricube weights function


Type '?PKG::FOO' to inspect entry 'PKG::FOO TITLE'.
```

– Memanggil package spGWR
Menu: packages → load package → spGWR

Atau Syntax: library(spGWR)

langkah pertama adalah memodelkan data colombus tersebut dengan regresi OLS (*Ordinary Least Square*) untuk mendapatkan model terbaik dengan perintah berikut

```
library(spGWR)
data(columbus,package="spGWR")
#Model Regresi OLS
a<-lm(formula = crime ~ income + housing, data = columbus)
summary(a)
```

Sehingga didapatkan output dari R sebagai berikut:

```
Call:
lm(formula = crime ~ income + housing, data = columbus)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-34.418  -6.388  -1.580   9.052  28.649

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  68.6189     4.7355  14.490  < 2e-16 ***
income       -1.5973     0.3341  -4.780 1.83e-05 ***
housing      -0.2739     0.1032  -2.654   0.0109 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 11.43 on 46 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.5524,     Adjusted R-squared: 0.5329
F-statistic: 28.39 on 2 and 46 DF,  p-value: 9.341e-09
```

Sehingga diperoleh model regresi linear berganda sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 68.6289 - 2.5973 \text{ income} - 0.2739 \text{ housing}$$

Seperti yang diketahui bahwa pengujian model regresi OLS adalah signifikan parameter (uji-t) kecocokan model (uji-F) dapat dilakukan sebagai berikut:

Hipotesis:

H0 : $\beta 1 = \beta 2$ (Tidak ada pengaruh X1, X2, terhadap Y)
H1 : $\beta j \neq 0$, $j = 1,2$ (Paling sedikit ada satu variabel memengaruhi Y)

Taraf Signifikansi: α = 0,05

Statistik Uji:

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/k}{SSE/(n-k-1)} = 28{,}39$$

Kriteria Uji:

Tolak H0, jika F_{hitung} > $F_{\alpha:v_1,v_2}$ di mana $v_1 = k$ dan $v_2 = (n-k-1)$

Keputusan

Karena $F_{hitung} = 28{,}39 > F_0.05{,}2{,}46 = 3{,}20$, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan

Model regresi sesuai untuk menggambarkan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor.

Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian Parameter Model Regresi. Dengan langkah sebagai berikut:

Hipotesis:

H0 : βj = 0 (Tidak ada pengaruh Xj terhadap Y)

H1 : βj ≠ 0 dengan j = 1,2 (Ada pengaruh Xj terhadap Y)

Taraf Signifikansi: α = 0,05

Statistik uji: $t = \frac{\hat{\beta}_j}{Se(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\beta}_j)}}$

Kriteria Uji:

Tolak H0, jika $\left|t_{hitung}\right| > t_{tabel}\left(t_{\frac{\alpha}{2},n-k-1}\right)$

Keputusan

Tabel 2.2 *Anova Regresi Linear Berganda Colombus*

Prediktor	**Koefisien**	***t***	$t_{0,025,31}$	**Keputusan**
Income	-1.5973	4.780	2,312375	Tolak H_0
Housing	-0.2739	2.654	2,312375	Tolak H_0

Kesimpulan

Variabel yang signifikan berpengaruh adalah X_1, X_2 sehingga model terbaik regresi linier berganda adalah yaitu:

$$\hat{Y} = 68.6289 - 2.5973\, income - 0.2739\, hou\sin g$$

Langkah selanjutnya adalah mencari bandwith optimal dengan prinsip adaptive perhitungan bandwith yang menunjukkan banyaknya tetangga terdekat M (*nearest neighbour*) pada daerah ke-i. dapat dilakukan dengan menggunakan syntax

```
#Mencari bandwidth optimal (adaptive bandwidth)
b <- GWR.sel(crime ~ income + housing,
coords=cbind(columbus$x,columbus$y),
data=columbus, adapt=TRUE,gweight=GWR.Gauss)
```

Sehingga didapatkan *output* sebagai berikut:

```
> #Mencari bandwidth optimal (adaptive bandwidth)
> b <- gwr.sel(crime ~ income + housing,
+ coords=cbind(columbus$x,columbus$y),
+ data=columbus, adapt=TRUE,gweight=gwr.Gauss)
Adaptive q: 0.381966 CV score: 7289.098
Adaptive q: 0.618034 CV score: 7367.447
Adaptive q: 0.236068 CV score: 7116.206
Adaptive q: 0.145898 CV score: 6583.304
Adaptive q: 0.09016994 CV score: 6719.558
Adaptive q: 0.1393816 CV score: 6543.892
Adaptive q: 0.1251174 CV score: 6578.733
Adaptive q: 0.1339332 CV score: 6538.635
Adaptive q: 0.1354093 CV score: 6538.39
Adaptive q: 0.1349629 CV score: 6538.313
Adaptive q: 0.1349222 CV score: 6538.312
Adaptive q: 0.1348815 CV score: 6538.312
Adaptive q: 0.1349222 CV score: 6538.312
```

Pembobot yang digunakan adalah bisquare. Nilai bandwith yang diperoleh dari hasil iterasi adalah q: 0.1349222 dengan nilai kriteria CV: 6538.312. Nilai bandwidth tiap daerah digunakan untuk membentuk matriks pembobot untuk setiap daerah ke-i. Selanjutnya setelah diperoleh matriks pembobot lokal kemudian dihitung estimasi tiap variabel.

```
#Estimasi Parameter
GWR1 <- GWR(crime ~ income + housing,
coords=cbind(columbus$x,columbus$y),
data=columbus, adapt=b,hatmatrix=TRUE,gweight=GWR.Gauss)
```

Output :

```
> gwr1
Call:
gwr(formula = crime ~ income + housing, data = columbus, coords = cbind(columbu$
    columbus$y), gweight = gwr.Gauss, adapt = b, hatmatrix = TRUE)
Kernel function: gwr.Gauss
Adaptive quantile: 0.1349222 (about 6 of 49 data points)
Summary of GWR coefficient estimates at data points:
                 Min.  1st Qu.   Median  3rd Qu.     Max.  Global
X.Intercept. 61.05000 66.11000 68.87000 72.05000 75.82000 68.6189
income       -2.74600 -1.97900 -1.81700 -0.99580  0.74570 -1.5973
housing      -0.73420 -0.38000 -0.23240 -0.07796  0.18050 -0.2739
Number of data points: 49
Effective number of parameters (residual: 2traceS - traceS'S): 13.9309
Effective degrees of freedom (residual: 2traceS - traceS'S): 35.0691
Sigma (residual: 2traceS - traceS'S): 9.861423
Effective number of parameters (model: traceS): 10.52471
Effective degrees of freedom (model: traceS): 38.47529
Sigma (model: traceS): 9.414797
Sigma (ML): 8.342647
AICc (GWR p. 61, eq 2.33; p. 96, eq. 4.21): 377.9153
AIC (GWR p. 96, eq. 4.22): 357.476
Residual sum of squares: 3410.388
Quasi-global R2: 0.7462156
```

Pada *output* tersebut dapat dilihat dengan menggunakan kernel Gaussian dengan banyak data colombus sebanyak 49 didapat nilai statistika minimal, quantil pertama, median, kuantil ketiga dan nilai maximal dari *variable income* dan *housing* dengan didapat nilai ketepatan AIC sebesar 377.9153 dan didapat juga nilai R2 (R Square) global sebesar 0.7462156 yang dapat diinterpretasi bahwa secara *global variable crime* dipengaruhi oleh *income* dan *housing* sementara sebesar 0.2537844 atau 25.37844% dipengaruhi oleh variable lain di luar penelitian ini.

Langkah selanjutnya adalah membaca output GWR secara lengkap dengan bantuan syntax

```
#Membaca Output
GWR1
names(GWR1)
names(GWR1$SDF)
GWR1$SDF$"(Intercept)"
GWR1$SDF$income
GWR1$SDF$housing
```

Sehingga didapat output dari R sebagai berikut:

```
> names(gwr1)
 [1] "SDF"       "lhat"      "lm"        "results"   "bandwidth" "adapt"
 [7] "hatmatrix" "gweight"   "gTSS"      "this.call" "fp.given"  "timings"
> names(gwr1$SDF)
 [1] "sum.w"              "(Intercept)"        "income"
 [4] "housing"            "(Intercept)_se"     "income_se"
 [7] "housing_se"         "gwr.e"              "pred"
[10] "pred.se"            "localR2"            "(Intercept)_se_EDF"
[13] "income_se_EDF"      "housing_se_EDF"     "pred.se_EDF"
>
> gwr1$SDF$"(Intercept)"
 [1] 68.78470 69.45567 72.04657 73.37973 67.93670 67.76765 70.87273 68.94513
 [9] 71.29712 67.39884 66.10784 64.96607 63.76502 65.37769 65.63473 63.31874
[17] 65.85815 70.44402 70.73582 72.36819 69.71684 68.86529 68.75611 73.42718
[25] 67.31566 67.10155 68.59503 70.55562 71.33977 73.04378 72.64982 68.81688
[33] 72.62022 72.31165 68.31013 65.20425 65.22638 68.19413 64.98164 63.42997
[41] 61.04587 62.94894 75.82373 74.23156 73.87692 73.11279 71.77169 71.89329
[49] 73.18140
```

```
> gwr1$SDF$income
 [1] -0.7802543 -0.6326353 -0.5078964 -0.4553819 -1.1095324 -1.1349768
 [7] -1.2993572 -1.6259675 -1.2745811 -1.8878082 -1.8749748 -1.8352390
[13] -1.7914072 -1.8268610 -1.8380704 -1.7943306 -1.8674052 -1.9344824
[19] -1.9792621 -1.8171915 -2.0138916 -2.1048559 -2.1789200 -2.5557245
[25] -2.3984280 -2.2192714 -2.5171568 -2.4217735 -2.7464656 -2.0390026
[31] -2.0359932 -0.9957808 -1.7464271 -1.6371643 -0.7422798 -0.3007559
[37]  0.1611856 -0.3941431  0.6515065  0.6800825  0.7456802  0.2718119
[43] -1.9086363 -2.0032550 -1.8843141 -1.8792332 -1.7730749 -1.8094858
[49] -1.9688385
> gwr1$SDF$housing
 [1] -0.55301668 -0.62242539 -0.68812001 -0.73416678 -0.41493793 -0.40687279
 [7] -0.38000823 -0.23241487 -0.30869523 -0.10516310 -0.08438395 -0.07631601
[13] -0.06647589 -0.07952997 -0.07847897 -0.04960558 -0.07668246 -0.13626381
[19] -0.11128330 -0.16469331 -0.07796388 -0.02496755  0.01062809  0.07597496
[25]  0.13143375  0.05861960  0.14896135  0.06810769  0.18054269 -0.08108363
[31] -0.08203658 -0.26364316 -0.15207322 -0.17745503 -0.32669934 -0.32290154
[37] -0.52842091 -0.47386283 -0.68322288 -0.63726402 -0.54982890 -0.45964672
[43] -0.28577167 -0.28888615 -0.34037538 -0.31894242 -0.31727428 -0.30614410
[49] -0.28095644
```

Berdasarkan *output* di atas dapat dilihat nilai global dari masing-masing variable colombus. Langkah selanjutnya adalah perlu dilakukan uji kecocokan model secara global dengan perintah syntax

```
#Uji Kecocokan Model
BFC02.GWR.test(GWR1)
```

Sehingga didapat *output* sebagai berikut:

```
        Brunsdon, Fotheringham & Charlton (2002, pp. 91-2) ANOVA

data:  gwr1
F = 1.7637, df1 = 46.000, df2 = 35.069, p-value = 0.04172
alternative hypothesis: greater
sample estimates:
SS OLS residuals SS GWR residuals
        6014.856         3410.388
```

Setelah estimasi GWR maka akan dilakukan uji terhadap kesesuaian model GWR.

Tabel 2.3 *Uji Kesesuaian Colombus*

	SSE	d.f	F	P-value
Model Global	5694.5715	22.253	0.3711	0.007193
Model GWR	726.0003	42.000		

Diketahui P_value < 0,05 yang berarti ada pengaruh letak geografis atau model GWR pada data Columbus

Selanjutnya adalah melihat bandwith

```
#Melihat nilai bandwidth
GWR1$bandwidth
```

Dan didapat ouput sebagai berikut:

```
> #Melihat nilai bandwidth
> gwr1$bandwidth
 [1]  6.118812  4.285561  3.370807  4.523119  7.462488  4.914813  3.988681
 [8]  6.380396  3.411025  5.704654  5.400493  5.506624  5.551862  7.432594
[15]  8.096117  4.958032  4.019720  4.285557  3.901741  3.456561  3.728358
[22]  3.364299  3.701663  2.820968  3.736396  5.126768  4.114289  4.444253
[29]  3.095134  3.674375  2.901754  2.835133  3.215417  3.549623  3.278208
[36]  2.231348  2.540071  2.662375  2.707381  2.934769  2.685457  2.754981
[43]  4.876862  6.933510  7.864650  8.959564 12.326103 11.656713  8.197240
> |
```

Berdasarkan *output* di atas dapat dilihat bahwa nilai bandwith pada GWR global. Bandwith merupakan parameter jarak antara satu lokasi dengan lainnya. Setelah itu perlu mencari bandwith yang optimal dengan cara:

```
#Mencari bandwidth optimal (fixed bandwidth)
h <- GWR.sel(crime ~ income + housing,
coords=cbind(columbus$x,columbus$y),
data=columbus, adapt=FALSE,gweight=GWR.Gauss)
```

Sehingga didapat output sebagai berikut.

```
> #Mencari bandwidth optimal (fixed bandwidth)
> h <- gwr.sel(crime ~ income + housing,
+ coords=cbind(columbus$x,columbus$y),
+ data=columbus, adapt=FALSE,gweight=gwr.Gauss)
Bandwidth: 12.65221 CV score: 7432.171
Bandwidth: 20.45127 CV score: 7462.669
Bandwidth: 7.832129 CV score: 7323.494
Bandwidth: 4.853154 CV score: 7307.484
Bandwidth: 5.122256 CV score: 7322.64
Bandwidth: 3.012046 CV score: 6461.665
Bandwidth: 1.874178 CV score: 6473.183
Bandwidth: 2.475225 CV score: 6109.765
Bandwidth: 2.447682 CV score: 6098.241
Bandwidth: 2.228623 CV score: 6063.971
Bandwidth: 2.264529 CV score: 6060.644
Bandwidth: 2.280636 CV score: 6060.52
Bandwidth: 2.274941 CV score: 6060.473
Bandwidth: 2.275073 CV score: 6060.473
Bandwidth: 2.275032 CV score: 6060.473
Bandwidth: 2.274991 CV score: 6060.473
Bandwidth: 2.275032 CV score: 6060.473
```

Dengan menggunakan *cross validation* didapat nilai bandwith optimal sebesar 2.275032 dengan skor CV 6060.473. Kemudian perlu mencari parameter terbaik dari nilai bandwith tersebut dengan perintah:

```
#Estimasi Parameter fixed bandwidth
GWR2 <- GWR(crime ~ income + housing,
coords=cbind(columbus$x,columbus$y),bandwidth=h,
data=columbus,hatmatrix=TRUE,gweight=GWR.Gauss)
```

Sehingga didapat output sebagai berikut:

```
> gwr2
Call:
gwr(formula = crime ~ income + housing, data = columbus, coords = cbind(columbus$x,
    columbus$y), bandwidth = h, gweight = gwr.Gauss, hatmatrix = TRUE)
Kernel function: gwr.Gauss
Fixed bandwidth: 2.275032
Summary of GWR coefficient estimates at data points:
                 Min.  1st Qu.   Median  3rd Qu.     Max.  Global
X.Intercept. 23.23000 54.13000 63.90000 68.76000 80.90000 68.6189
income       -3.13100 -1.91300 -0.98440 -0.36860  1.29100 -1.5973
housing      -1.05300 -0.37670 -0.09739  0.03006  0.79460 -0.2739
Number of data points: 49
Effective number of parameters (residual: 2traceS - traceS'S): 29.61664
Effective degrees of freedom (residual: 2traceS - traceS'S): 19.38336
Sigma (residual: 2traceS - traceS'S): 8.027396
Effective number of parameters (model: traceS): 23.92826
Effective degrees of freedom (model: traceS): 25.07174
Sigma (model: traceS): 7.058251
Sigma (ML): 5.048836
AICc (GWR p. 61, eq 2.33; p. 96, eq. 4.21): 403.6193
AIC (GWR p. 96, eq. 4.22): 321.6617
Residual sum of squares: 1249.046
Quasi-global R2: 0.9070521
```

Berdasarkan *output* tersebut didapat nilai parameter terbaik dengan nilai koefisien Rsquare (R2) global adalah 0.9070521 yang artinya bahwa sebesar 90.70521% *income* dan *housing* memiliki pengaruh secara global pada *crime*.

وَإِن يُكَذِّبُوكَ فَقَدْ كُذِّبَتْ رُسُلٌ مِّن قَبْلِكَ ۚ وَإِلَى ٱللَّهِ تُرْجَعُ ٱلْأُمُورُ ﴿٤﴾

Dan jika mereka mendustakan kamu (sesudah kamu beri peringatan) maka sungguh telah didustakan pula rasul-rasul sebelum kamu. Dan hanya kepada Allahlah dikembalikan segala urusan (QS: 35: 4)

-oo0oo-

BAB 3

GWR LOGISTIK

3.1 Pengertian Analisis Regresi Logistik

Analisis Regresi dalam statistika adalah salah satu metode untuk menentukan hubungan sebab-akibat antara satu variabel dengan variabel-variabel yang lain. Variabel "penyebab" disebut dengan bermacam-macam istilah, di antaranya seperti variabel penjelas, variabel eksplanatorik, variabel independen, atau secara bebas, variabel X (karena seringkali digambarkan dalam grafik sebagai absis, atau sumbu X). Variabel "terkena akibat" dikenal sebagai variabel yang dipengaruhi, variabel dependen, variabel terikat, atau variabel Y. Kedua variabel ini dapat merupakan variabel acak (*random*), namun variabel yang dipengaruhi harus selalu variabel acak. Analisis Regresi adalah salah satu analisis yang paling populer dan luas pemakaiannya. Hampir semua bidang ilmu yang memerlukan analisis sebab-akibat boleh dipastikan mengenal analisis ini. Adapun Regresi Logistik (kadang disebut model logistik atau model logit) merupakan salah satu bagian dari Analisis Regresi, yang digunakan untuk memprediksi probabilitas kejadian suatu peristiwa, dengan mencocokkan data pada fungsi logit kurva logistik. Metode ini merupakan model linear umum yang digunakan untuk regresi binomial. Seperti analisis regresi pada umumnya, metode ini menggunakan beberapa variabel prediktor, baik numerik maupun kategori. Misalnya, probabilitas bahwa orang yang menderita serangan jantung pada waktu tertentu dapat diprediksi dari informasi usia, jenis kelamin, dan indeks massa tubuh. Regresi Logistik juga digunakan secara luas pada bidang kedokteran, ilmu sosial, dan bahkan pada bidang pemasaran, seperti prediksi kecenderungan pelanggan untuk membeli suatu produk atau berhenti berlangganan.

Regresi Logistik tidak memerlukan asumsi normalitas, heteroskedastisitas, dan autokorelasi, dikarenakan variabel respon yang terdapat pada Regresi Logistik merupakan variabel *dummy* (0 dan 1), sehingga residualnya, tidak memerlukan ketiga pengujian tersebut. Untuk asumsi multikolinearitas, karena hanya melibatkan variabel-variabel prediktor, maka masih perlu untuk dilakukan pengujian. Untuk pengujian multikolinearitas ini dapat digunakan uji kebaikan sesuai (*goodness of fit test*), yang kemudian dilanjutkan dengan pengujian paremeter, guna melihat variabel-variabel prediktor mana saja yang signifikan, sehingga dapat tetap digunakan dalam penelitian. Selanjutnya, di antara variabel-variabel prediktor yang signifikan, dapat dibentuk suatu matriks korelasi, dan apabila tidak terdapat variabel-variabel prediktor yang saling memiliki korelasi yang tinggi, maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat gangguan multikolinearitas pada model penelitian (Hosmer, dan Lemeshow, 2000).

3.2 Regresi Logistik Biner

Regresi logistik biner merupakan model regresi logistik dengan variabel respon (Y) berskala kategori biner yaitu mempunyai dua kategori nilai 0 dan 1 (Agresti, 2013). Variabel Y mengikuti distribusi Bernoulli dengan distribusi probabilitas sebagai berikut :

P(Y=y) = py (1 – p)1-y di mana y = 0, 1 (3.0)
Jika y = 0, maka P(Y=0) = 1 – p
Jika y = 1, maka P(Y=1) = p dan E(Y) = p , var (Y) = p(1-p)

Analisis regresi logistik biner digunakan untuk mencari pola hubungan secara probabilitas antara variabel X dengan p (probabilitas kejadian yang diakibatkan oleh X). Nilai fungsi logistik berkisar antara 0 dan 1.

Adapun berikut ini adalah fungsi dari regresi logistik

$$\pi(x) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1)} \tag{3.1}$$

Nilai π(**x**) = $\mathrm{E}(Y|X = x)$ menyatakan rata-rata bersyarat dari Y jika X = x.

Suatu transformasi untuk nilai $\pi(x)$ yang disebut dengan transformasi logit dilakukan untuk memperoleh asumsi nilai log odds ratio mempunyai hubungan linear terhadap x. Transformasi ini akan diperoleh suatu fungsi $g(x)$ yang linear dalam parameternya (Hosmer, 2000).

$$g(\mathbf{x}) = \ln\left[\frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)}\right] = \beta_0 + \beta_1 X \tag{3.2}$$

Perbedaan lain antara regresi linear dengan regresi logistik adalah distribusi dari variabel respon. Pada model regresi linear, variabel respon diasumsikan sebagai Y = $\pi(x)$ + ε dengan ε adalah error mengikuti distribusi normal dengan mean sama dengan nol dan varians konstan. Tetapi pada regresi logistik biner, nilai error hanya terdiri dari dua kemungkinan, yaitu jika y=1 maka ε = 1- $\pi(\boldsymbol{x})$ dengan peluang $\pi(\boldsymbol{x})$ atau jika y = 0 maka ε = -$\pi(\boldsymbol{x})$ dengan peluang 1- $\pi(\boldsymbol{x})$. Jadi error mempunyai distribusi dengan mean sama dengan nol dan varians

$[\pi(x)(1 - \pi(x))]$.

Model regresi logistik berganda digunakan apabila jumlah variabel prediktor yang dipakai pada regresi logistik lebih dari satu. Bentuk model regresi logistik dengan k variabel prediktor adalah (Hosmer, 2000).

$$\pi(x) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_k x_k)} \tag{3.3}$$

Sehingga bentuk transformasi logit dari $\pi(x)$ pada persamaan (3.3) menjadi:

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_x x_k \tag{3.4}$$

$$g(x) = \sum_{j=0}^{k} \beta_j x_j , x_0 = 1$$

3.2.1 Penaksir Parameter Model Regresi Logistik

Untuk mengestimasi parameter model regresi logistik adalah dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood* (MLE). Pada MLE, Estimasi parameter model diperoleh dari vektor $\beta^T = (\beta_0 , \beta_1 , \beta_2 ....\beta_k)$. Vektor β^T didapatkan dari hasil memaksimalkan fungsi $L(\beta)$ melalui pendiferensialan dengan parameter yang akan dicari. Setiap pengamatan $(x_{i1} , x_{i2} ,..., x_{ik} , y_i)$ mempunyai fungsi distribusi (Agresti, 2013):

$$p(Y_i = y_i) = \pi(x_i) y_i [1 - \pi]^{1-y_i} , \quad \text{i=1,2,...n} \tag{3.5}$$

di mana:

$$\pi(x_i) = \frac{\exp(\beta^T x_i)}{1 + \exp(\beta^T x_i)} \tag{3.6}$$

Sehingga fungsi *likelihood* nya menjadi:

$$L(\beta^T) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i) = \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i) y_i [1 - \pi(x_i)]^{1-y_i}$$

Fungsi ln *likelihood* dapat ditulis sebagai berikut:

$$L(\beta) = \ln[L(\beta)] = \ln \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i) y_i [1 - \pi(x_i)]^{1-y_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i \beta^T x_i \_ (1 + \exp(\beta^T x_i)) \tag{3.7}$$

Maksimum nilai *ln likelihood* adalah hasil turunan pertama dari $L(\beta)$ terhadap β^T sama dengan nol.

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta^T} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \left[\frac{\exp(\beta^T x_i)}{1 + \exp(\beta^T x_i)} \right] \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta^T} = -\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\exp(\beta^T x_i)}{1 + \exp(\beta^T x_i)} \frac{1}{1 + \exp(\beta T x_i)} \right] x_i^T x_i$$

Iterasi Newton Raphson

$$\beta(m+1)=\beta(m)-\left(H(\beta^{(m)})\right)^{-1}G\left(\beta^{(m)}\right)$$

dengan:

$$H\left(\beta^{(m)}\right): XTVX^{-1}$$

Jika dinyatakan dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$$-X^{T}VX$$

$$\mathbf{V}=\begin{bmatrix} \pi(x_1)[1-\pi(x_i)] & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \pi(x_1)[1-\pi(x_i)] & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & \ldots & \pi(x_n)[1-\pi(x_i)] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \ldots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \ldots & x_{2p} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 1 & x_{n1} & \ldots & x_{np} \end{bmatrix}$$

$$G(\beta^{(m)}): X^{T}(Y-\pi(x_i))$$

Jika dinyatakan dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$$dengan\ X^{T}=\begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{p1} & x_{p2} & \ldots & x_{pn} \end{bmatrix} dan\ (Y-\pi(x_i))=\begin{bmatrix} y_1-\pi(x_1) \\ y_2-\pi(x_2) \\ \vdots \\ y_n-\pi(x_n) \end{bmatrix}$$

Iterasi berhenti apabila $\left\|\beta^{(m+1)}-\beta^{(m)}\right\|\le\varepsilon$ dengan ε adalah bilangan positif yang sangat kecil.

3.2.2 Pengujian Parameter Model Regresi Logistik

Setelah mendapatkan estimasi parameter dalam suatu model regresi logistik, maka selanjutnya adalah melakukan pengujian untuk mengetahui variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon. Uji kebermaknaan koefisien β dalam model terdiri dari uji secara serentak dan uji secara parsial.

1. Uji Serentak

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter β terhadap variabel respon secara bersama-sama dengan menggunakan statistik uji *G* (Hosmer and Lemeshow, 2000). Hipotesisnya adalah sebagai berikut:

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_k = 0$

H_1 : minimal ada satu $\beta_j \neq 0,$, j=1, 2, ..., k

Taraf signifikansi: α

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji G_{hit} atau *Likelihood Ratio Test*, yaitu (Hosmer, 2000).

Statistik uji: $$G = -2\ln\left[\frac{\left(\frac{n_1}{n}\right)^{n_1}\left(\frac{n_0}{n}\right)^{n_0}}{\prod_{i=1}^{n}\hat{\pi}^{y_i}(1-y_i)^{1-y_i}}\right] \tag{3.9}$$

dengan $n_1 = \sum_{i=1}^{n} y_i; n_0 = \sum_{i=1}^{n}(1-y_i); n = n_0 + n_1$

Daerah penolakan: tolak H_0 jika $G > \chi^2_{(\alpha p)}$ dengan p adalah derajat bebas banyaknya variabel prediktor atau jika nilai p-value < α.

2. Uji Parsial

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter β terhadap variabel responnya secara parsial menggunakan statistik uji Wald (Hosmer and Lemeshow, 2000). Hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_k = 0$

$H_1 : \beta_k \neq 0; k = 1,2,...,p$

Taraf signifikansi: α

Statistik uji: $W = \frac{\hat{\beta}_k}{se(\beta_k)}$ (3.10)

Daerah penolakan: tolak H_0 jika $W| > Z_{\alpha/2}$

3.3 *Geograpichally Weighted Logistic Regression* (GWLR)

Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR) adalah perpaduan antara *Geographically Weighted Regression* (GWR) dengan *Logistic Regression* (Atkinson *et al*. 2003). GWLR adalah metode nonparametrik untuk mendapatkan parameter regresi dengan memperhitungkan faktor spasial dan merupakan pendekatan alternatif dari GWR yang menggabungkan parameter non stasioner dan data kategorikal. Model GWLR dapat ditulis menjadi:

$$\pi(x_i) = \frac{\exp\left(\sum_{j=0}^{p} \beta_j(u_i, v_i)\right)}{1 + \exp\left(\sum_{j=0}^{p} \beta_j(u_i, v_i) x_{ji}\right)} \quad (3.11)$$

di mana:

x_{ji}	= nilai observasi variabel prediktor pada lokasi (u_i, v_i)
$\beta_j(u_i, v_i)$	= koefisien regresi untuk setiap lokasi u_i, v_i
p	= banyaknya parameter variabel prediktor

Untuk mengestimasi parameter model GWLR digunakan metode *Maximum Likelihood* (MLE). Langkah pertama yang harus dilakukan adalah dengan membentuk fungsi likelihood sebagai berikut.

$$L(\beta(u_i, v_i)) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i) = \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i)^{y_i} [1 - \pi(x_i)]^{1-y_i}$$

Setelah didapatkan bentuk *likelihood* kemudian dilakukan operasi logaritma, sehingga bentuk ln *likelihood* nya adalah:

$$\ln L(\beta(u_i,v_i)) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i) = \ln \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i)^{y_i}[1-\pi(x_i)]^{1-y_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[y_i \ln\left(\frac{\pi_{(x_i)}}{\pi_{(x_i)}}\right) + \ln(1-\pi(x_i))\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i(\beta^T(u_i,v_i)x_i) - \sum_{i=1}^{n} \ln(1 = \exp(\beta^T(u_i,v_i)x_i)) \qquad (3.12)$$

Pada model GWLR faktor pembobot yang digunakan adalah faktor letak geografis. Untuk setiap wilayah yang menunjukkan sifat lokal pada model GWLR mempunyai nilai yang berbeda-beda. Sehingga untuk mendapatkan model GWLR

Pada fungsi ln *likelihood* nya diberikan pembobot.

$$\ln L^*\beta(u_i,v_i) = \sum_{i=1}^{n} y_i w_i(u_i,v_i)(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i})$$
$$- \sum_{i=1}^{n} w_i(u_i,v_i)\ln(1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i})) \qquad (3.13)$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter $\beta(u_i,v_i)$ diperoleh dengan mendeferensialkan persamaan (3.13) terhadap $\beta(u_i,v_i)$ kemudian disamakan dengan nol.

$$\frac{\ln^*\beta(u_i,v_i)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} y_i w_i(u_i,v_i)(\beta^T(u_i,v_i)x_{G_i}) - \sum_{i=1}^{n} w_i(u_i,v_i)$$
$$(1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}))$$
$$\frac{\ln L^*\beta(u_i,v_i)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} y_i, w_i(u_i,v_i)x_{G,i} - \sum_{i=1}^{n} w_i(u_i,v_i)\left(\frac{\exp(\beta^T u_i,v_i)x_{G,i}}{1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i})}\right) = 0$$
$$= \sum_{i=1}^{n} y_i w_i(u_i,v_i)x_{G,i} - w_i(u_i,v_i)\pi(x_i))$$

Karena fungsi pada persamaan di atas berbentuk implisit, maka digunakan suatu prosedur iterasi numerik yaitu metode Newton Raphson *Iteratively ReWeighted Least Square* (ILRS). Persamaan untuk iterasi Newton Raphson secara umum adalah:

$$\beta^{(m+1)}(u_i,v_i) = \beta^{(m+1)}(u_i,v_i)$$
$$H^{(m)}\left(\beta^{(m+1)}(u_i,v_i)\right)^{-1} g^{(m)}\left(\beta^{(m+1)}(u_i,v_i)\right) \qquad (3.14)$$

di mana:

$$g^{(m)}\left(\beta^{(m)}(u_i,v_i)\right)=\frac{\partial \ln L^*\beta(u_i,v_i)}{\partial \beta^T(u_i,v_i)}$$

$$\beta^{(m)}\left(\beta^{(m)}(u_i,v_i)\right)=\frac{\partial^2 \ln L^*\beta(u_i,v_i)}{\partial \beta^T(u_i,v_i)\beta(u_i,u_i)}$$

di mana:

$$\frac{\partial^2 \ln L^*\beta(u_i,v_i)}{\partial \beta^T(u_i,v_i)\beta(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^{n} w_i(u_i,v_i)$$

$$\left[\frac{\exp\left(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,I}\right)}{1+\exp\left(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}\right)}-\left(\frac{\exp\left(\beta^T(u_i,v_i)\right)x_{G,i}}{1+\exp\left(\beta^T(u_i,v_i)\right)}\right)\right]^2 x_{G,i}x_{G,i}^T$$

Iterasi berhenti ketika keadaan konvergen didapatkan pada saat $\left|\beta^{(m+1)}-\beta^{(m)}\right| \le \varepsilon$ di mana ε merupakan bilangan positif yang sangat kecil sekali.

Untuk mendapatkan model yang terbaik maka sejumlah model harus dievaluasi. Metode yang digunakan untuk memilih bandwidth optimum dan memilih model terbaik untuk GWLR adalah dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV). Metode CV bertujuan untuk pemilihan spesifikasi model yang sesuai dengan data dan cara alternatif untuk pengujian signifikansi hubungan spasial dalam model regresi spasial tanpa memerlukan asumsi-asumsi. Model terbaik untuk GWLR adalah model dengan nilai AIC paling minimum.

3.4 Model *Geograpichally Weighted Logistic Regression Semiparametric* (GWLRS)

Geograpichally Weighted Logistic Regression Semiparametric (GWLRS) merupakan sebuah metode perluasan dari model GWLR yang menghasilkan penaksir parameter bersifat lokal dan global (Nakaya *et al.*, 2005). Pada model GWLRS, variabel dependen (y) diprediksi dengan variabel independen (x) yang masing-masing koefisien regresinya $\beta^T(u_i,v_i)$ bergantung pada lokasi di mana data tersebut diamati dan koefisien regresi γ_m yang bersifat konstan. Dinotasikan (u_i,v_i) yang merupakan vektor koordinat dua dimensi (lintang, bujur) lokasi *i*.

$$\pi(x_i) = \frac{\exp\left(\sum_{j=0}^{k*}\beta_j(u_i,v_i)x_{ji} + \sum_{m=1}^{M}\gamma_m x_{mi}\right)}{1+\exp\left(\sum_{j=0}^{k*}\beta_j(u_i,v_i)x_{ji} + \sum_{m=1}^{M}\gamma_m x_{mi}\right)} \qquad (3.15)$$

di mana:

x_{ji}	= nilai observasi variabel prediktor j pada lokasi (u_i,v_i)
$\beta_j(u_i,v_i)$	= koefisien regresi untuk setiap lokasi (u_i,v_i)
γ_m	= koefisien regresi yang konstan
x_{mi}	= nilai observasi variabel prediktor ke-m
k*	= nilai parameter variabel prediktor

3.4.1 Pembobotan Model GWLRS

Fungsi Kernel digunakan untuk mengestimasi paramater dalam model GWLRS jika fungsi jarak w_j adalah fungsi yang kontinu dan monoton turun. Pembobot yang terbentuk dengan menggunakan fungsi kernel ini salah satunya adalah fungsi jarak Gauss (*Gaussian Distance Function*). Dimana fungsi pembobotnya dapat ditulis sebagai berikut:

$$w_{ij}(u_i,v_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right) \qquad (3.16)$$

dengan $d_{ij} = \sqrt{(u_i-u_j)^2+(v_i-v_j)^2}$ adalah jarak antara lokasi (u_i,v_i) ke lokasi (u_j,v_j) dan h adalah parameter non negatif yang diketahui dan biasanya disebut parameter penghalus (bandwidth). Jika pembobot yang digunakan adalah fungsi kernel maka pemilihan bandwidth ini sangatlah penting oleh karena bandwidth merupakan pengontrol keseimbangan antara kesesuaian kurva terhadap data dan kemulusan data.

Ada beberapa metode yang digunakan untuk memilih bandwidth optimum, salah satu diantaranya adalah metode *Cross Validation* (CV) yang secara matematis didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathrm{CV(h)} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_{\neq i}(h))^2 \tag{3.17}$$

dengan:

$\hat{y}_{\neq i}(h)$: Nilai penaksir y_i (*fitting value*) di mana pengamatan pada lokasi diabaikan

n : ukuran sampel

Untuk mendapatkan nilai bandwith (h) yang optimal maka diperoleh dari h yang menghasilkan nilai CV yang minimum.

3.4.2 Penaksir Parameter Model GWLRS

Untuk mengestimasi parameter model GWLRS digunakan metode *Maximum Likelihood* (MLE). Langkah pertama yang harus dilakukan adalah dengan membentuk fungsi likelihood sebagai berikut.

$$L(\beta(u_i, v_i)\gamma) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i) = \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i) y_i [1 - \pi(x_i)]^{1-y_i}$$

Setelah didapatkan bentuk *likelihood* kemudian dilakukan operasi logaritma, sehingga bentuk ln *likelihood*nya adalah:

$$\begin{aligned} \ln L\beta(u_i, v_i)\gamma) &= \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i \ln \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i)^{y_i} [1 - \pi(x_i)]^{1-y_i} \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left[y_i \ln\left(\frac{\pi_{(x_i)}}{\pi_{(x_i)}} \right) + \ln(1 - \pi(x_i)) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{n} y_i (\beta^T (u_i, v_i) x_i + y^T x_i) - \sum_{i=1}^{n} \ln(1 + \\ &= \exp(\beta^T (u_i, v_i) x_i + \gamma^T x_i)) \end{aligned} \tag{3.18}$$

Pada model GWLRS faktor pembobot yang digunakan adalah faktor letak geografis. Untuk setiap wilayah yang menunjukkan sifat lokal pada model GWLRS mempunyai nilai yang berbeda-beda. Sehingga untuk mendapatkan model GWLRS pada fungsi ln *likelihood*nya diberikan pembobot.

$$\ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma) = \sum_{i=1}^{n} y_i w_i(u_i,v_i)(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i}) - \sum_{i=1}^{m} w_i(u_i,v_i)\ln\left(1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i})\right) \quad (3.19)$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter $(\beta(u_i,v_i),\gamma$ diperoleh dengan mendeferensialkan terhadap $\beta(u_i,v_i)$ dan γ kemudian disama dengan nol.

$$\frac{\ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} y_i w_i(u_i,v_i)(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i}) - \sum_{i=1}^{N} w_i(u_i,v_i)\ln\left(1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i})\right)$$

$$\frac{\ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)} = \sum_{i=1}^{n} y_i w_i(u_i,v_i)x_{G,i} - \sum_{i=1}^{n} w_i(u_i,v_i)\left(\frac{\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i})}{1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i})}\right) = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (y_i w_i(u_i,v_i)x_{G,i} - w_i(u_i,v_i)\pi()x_i)$$

Karena fungsi pada persamaan di atas berbentuk implisit, maka digunakan suatu prosedur iterasi numerik yaitu metode Newton Raphson *Iteratively ReWeighted Least Square* (ILRS). Persamaan untuk iterasi Newton Raphson secara umum adalah:

$$\left(\beta^{(m+1)}(u_i,v_i),\gamma^{(m+1)}\right) = \left(\beta^{(m+1)}(u_i,v_i),\gamma^{(m+1)}\right)$$
$$\left(H^{(m)}\left(\beta^{(m+1)}(u_i,v_i),\gamma^{(m+1)}\right)\right)_{-1} g^{(m)}\left(\left(\beta^{(m+1)}(u_i,v_i),\gamma^{(m+1)}\right)\right) \quad (3.20)$$

di mana:

$$g^{(m)}\left(\beta^{(m)}(u_i,v_i),\gamma^{(m)}\right) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma}{\partial\beta^T(u_i,v_i)} \\ \dfrac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial_y T} \end{bmatrix}$$

$$H^{(m)}\left(\beta^{(m)}(u_i,v_i),\gamma^{(m)}\right)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)\beta(u_i,v_i)} & \dfrac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)\gamma} \\ \dfrac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)\gamma} & \dfrac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma}{\partial_\gamma T_\gamma}\end{bmatrix}$$

di mana:

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)\beta(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^n w_i(u_i,v_i)\left[\frac{\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i})}{1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i})}-\right.$$
$$\left.\left(\frac{\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i})}{1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i})}\right)^2\right]x_{G,i}x^{T_{G,i}}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\beta^T(u_i,v_i)}=\sum_{i=1}^n w_i(u_i,v_i)x_{G,i}x^{T_{f,I}}$$
$$\left(\frac{\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i})+2\exp(2(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i}}{\left(1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i}\right)}\right)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L^*(\beta(u_i,v_i),\gamma)}{\partial\gamma^T\gamma}=\sum_{i=1}^n w_i(u_i,v_i)\left[\frac{\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i}}{1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i}}-\right.$$
$$\left.\left(\frac{\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i}}{1+\exp(\beta^T(u_i,v_i)x_{G,i}+\gamma^T x_{F,i}}\right)^2\right]x_{F,i}x_{F,i}^T$$

Iterasi berhenti ketika keadaan konvergen didapatkan pada saat $\left|\beta^{(m+1)}-\beta^{(m)}\right|\leq$ ε dan $\left|\gamma^{(m+1)}-\gamma^{(m)}\right|\leq\varepsilon,$, di mana ε merupakan bilangan positif yang sangat kecil sekali.

3.4.3 Pengujian Kesesuaian Model GWLRS

Pengujian kelayakan model yang diperoleh dari penaksiran parameter dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Hipotesis:

H_0 : $(\beta_j(u_i,v_i),\gamma)=(\beta_j,\gamma_m)$, j = 1,2,…,k*; m = 1,2,…,M

(tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dengan GWLRS)

H_1: paling sedikit ada satu $(\beta_j(u_i, v_i), \gamma_m)$ yang berhubungan dengan lokasi (u_i, v_i).

(ada perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dan GWLRS)

Himpunan parameter di bawah populasi $(\Omega) : \Omega = \left(\beta_j(u_i, v_i), \gamma_m\right)$ dan fungsi *likelihood* nya adalah:

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i) = \prod_{i=1}^{n} w_i(u_i, v_i)\left[\pi(x_i) y_i (1-\pi(x_i))^{1-y_i}\right] \qquad (3.21)$$

di mana $\pi(x_i) = \dfrac{\exp(\beta^T(u_i, v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i})}{1+\exp(\beta^T(u_i, v_i)x_{G,i} + \gamma^T x_{F,i})}$

Memaksimumkan $L(\Omega)$ untuk menentukan $(\hat{\Omega})$ sehingga dibentuk fungsi *likelihood*nya, $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ dan $\hat{\gamma}$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (3.21). Sedangkan himpunan parameter di bawah $H_0(\omega)$: ω = $\left(\beta_0(u_i, v_i)\right)$ dan fungsi *likelihood*nya adalah:

$$L(\omega) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = y_i) = \prod_{i=1}^{n} \pi(x_i)^{y_i} (1-\pi(x_i))^{1-yi} \qquad (3.22)$$

di mana $\pi(x_i) = \dfrac{\exp(\sum_{j=0}^{p} \beta_j(u_i, v_i)x_{ji})}{1+\exp(\sum_{j=0}^{p} \beta_j(u_i, v_i)x_{ji})}$

Memaksimumkan L(ω) untuk menentukan $(\hat{\omega})$ sehingga dibentuk fungsi *likelihood*nya, $\hat{\beta}$ dan $\hat{\gamma}$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (3.22) dengan metode iterasi Newton Raphson.

Rasio antara $L(\hat{\omega})$ dan $L(\hat{\Omega})$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$\Lambda = \dfrac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$ dan $D\left(\hat{\beta}_j, \hat{\gamma}_m\right) = -2\ln\dfrac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})}$ $D\left(\hat{\beta}_j, \hat{\gamma}_m\right)$ disebut juga sebagai statistik rasio *likelihood*.

Pengujian kesesuaian model GWLRS menggunakan perbandingan nilai devians model regresi logistik dengan model GWLRS. Misal model regresi logistik dinyatakan dengan model A dengan derajat bebas df_A dan model GWLRS dinyatakan dengan model B dengan derajat bebas df_B, maka:

Statistik Uji:

$$F_{hit} = \frac{\text{Devians Model A}/\text{df}_\text{A}}{\text{Devians Model B}/\text{df}_\text{B}}$$

Devians menurut Atkinson (2003), dirumuskan dengan:

D = -2 $\pi(x_i)$ logit ($\pi(x_i)$ + log (1-$\pi(x_i)$))

Model GWLRS

$$D(h) = \sum_{i=1}^{n} (\pi(x_i)\ln\hat{\pi}(x_i)(\beta(u_i,v_i)\gamma), h/\pi(x_i) + (\pi(x_i) - \pi(x_i)\ (\beta(u_i,v_i)\gamma), h))$$

Kriteria Uji:

F_{hit} mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_A dan df_B. Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika $F_{hit} > F_{(\alpha;df_A;df_B)}$.

3.4.4 Pengujian Parameter Model GWLRS

Pengujian parameter model GWLRS dilakukan dengan menguji parameter secara parsial. Pengujian ini untuk mengetahui parameter mana saja yang signifikan mempengaruhi variabel responnya.

Hipotesis:

H_0: $\beta_j(u_i,v_i) = 0$ dan $\gamma_m = 0$

H_1: $\beta_j(u_i,v_i) \neq 0$ dan $\gamma_m \neq 0$

Statistik uji:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_j(u_i,v_i)}{Se(\hat{\beta}_j(u_i,v_i))} \text{ dan } Z = \frac{\hat{\gamma}_m}{se(\hat{\gamma}_m)}$$

Kriteria Uji:

Tolak H_0 jika $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$.

Contoh Pengaplikasian

Sama seperti pada Bab sebelumnya dengan cara analisis yang berbeda adalah pada GWLR data yang digunakan merupakan data kategorik yang diambil berdasarkan Desriwendi, 2015.

NO	Y	LONG	LAT	X1	X2	X3
1	0	-7.72868	108.792	29652	24101	0
2	1	-7.48155	109.055	27744	20855	0
3	1	-7.38971	108.883	15202	8539	0
4	0	-7.37881	109.624	16314	13174	0
5	0	-7.64567	109.692	20375	5600	0
6	0	-7.73887	109.965	9615	8591	0
7	0	-7.32978	109.892	13056	12204	0
8	1	-7.56609	110.24	18993	12509	0
9	0	-7.53676	110.6	14729	12123	0
19	1	-6.80644	111.717	15740	11961	1
20	1	-6.55002	110.786	20912	12592	0
21	1	-6.87462	110.64	20605	12433	0
22	1	-7.13155	110.454	14141	6448	0
23	1	-7.32161	110.579	11203	8191	0
24	1	-6.91552	109.983	16307	16520	1
25	1	-6.89388	109.862	12478	10668	0
26	0	-7.06551	109.64	15826	12825	0
27	0	-6.92915	109.483	24335	28039	0

NO	Y	LONG	LAT	X1	X2	X3
10	0	-7.70011	110.625	17734	16533	0
11	1	-7.68377	110.397	13152	9569	0
12	0	-7.80352	110.992	12328	8884	0
13	1	-7.60814	110.917	13249	11940	1
14	0	-7.42806	110.958	15125	16918	0
15	0	-7.05728	110.333	21570	19874	0
16	0	-6.93188	111.408	11752	14655	1
17	1	-6.73008	111.25	8938	7250	0
18	0	-6.74371	111.042	18465	16485	0
28	0	-6.98581	109.155	28643	28814	0
29	0	-6.83985	108.943	33074	31428	0
30	0	-7.46324	110.211	1798	1939	0
31	0	-7.57761	110.757	9927	13194	1
32	1	-7.34068	110.501	2507	1704	1
33	1	-6.9755	110.39	27065	14067	1
34	1	-6.89678	109.683	6061	5167	0
35	0	-6.86235	109.12	4520	3300	0

Dengan:

Y: Laju Pertumbuhan Penduduk (LPP) tahun 2013. Variabel Kualitatif dengan LPP $\leq 0 = 0$ dan LPP $> 0 = 1$

X_1: Jumlah Kelahiran tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah tahun 2013 merupakan Kuantitatif

X_2: Jumlah Kematian tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah tahun 2013 merupakan Kuantitatif

X_3: Jumlah Migran tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah tahun 2013 Variabel Kualitatif dengan Migran masuk = 1 dan Migran keluar = 0.

Selain itu juga digunakan dua variabel geografis mengenai lokasi Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah yang digunakan untuk menentukan pembobot pada model GWLR sebagai berikut:

u_i = garis lintang selatan atau *longitude* Kabupaten/Kota ke-*i*

v_i = garis bujur timur atau *latitude* Kabupaten/Kota ke-*i*

Pembaca dapat menggunakan cara yang sama dalam input data yakni menggunakan bantuan RCMDR. Data dapat disimpan dalam notepad maupun excel. Dengan bantuan *package* GWModel

```
library(GWmodel)# Mengaktifkan paket GWmodel
#Input Data dari file notepad
dataku=read.delim('Data GWLR.txt')
data.gwlr=SpatialPointsDataFrame(coords=cbind(dataku$Long,da
taku$Lat),data=dataku)
DM=gw.dist(dp.locat=coordinates(data.gwlr))
```

Pengujian model regresi logistik secara simultan bertujuan untuk mengetahui signifikansi parameter β terhadap variabel respon secara bersama-sama dengan menggunakan statistik uji G. Hipotesis yang dilakukan sebagai berikut:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ (secara bersama-sama variabel independen tidak memengaruhi LPP)

$H_1 :$ paling sedikit satu $\beta_j \neq 0; j = 1,2,3$ (paling sedikit ada satu variabel independen yang memengaruhi LPP)

Nilai statistika uji *G* (*Chi-Square*) yang dihasilkan adalah 12.956. Dengan menggunakan α sebesar 5% maka nilai tabel *Chi-Square* $\chi^2_{(0,05;3)} = 7,815$. Dari hasil tersebut dapat dilihat bahwa nilai *G* lebih besar dari nilai tabel *Chi-square*, berarti menolak H_0 yaitu paling sedikit ada satu variabel independen yang berpengaruh secara signifikan terhadap laju pertumbuhan penduduk Provinsi Jawa Tengah tahun 2013. Nilai-nilai penaksir parameter dapat dilihat sebagai berikut

Tabel 3.1 *Penaksir Parameter Model Awal Regresi Logistik*

Parameter	Estimate	Standart Error	Z	Odds Ratio
β_0	-0.21407	1.03724	-0.21	
β_1	0.0003395	0.000159	2.13	1.00034
β_2	-0.0004518	0.000190	-2.38	0.99954
β_3	2.46246	1.27732	1.93	11.73

Berdasarkan Tabel 3.1 dapat dilihat model awal regresi logistik untuk laju pertumbuhan penduduk Provinsi Jawa Tengah tahun 2013 sebagai berikut:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{\exp(-0,21407 + 0,0003395X_1 - 0,0004518X_2 + 2,46245X_3(1))}{1 + \exp(-0,21407 + 0,0003395X_1 - 0,0004518X_2 + 2,46245X_3(1))}$$

Dengan fungsi logitnya yaitu:

$$g(x) = -0,21407 + 0,0003395X_1 - 0,0004518X_2 + 2,46245X_3(1)$$

Karena nilai $|Z| = 2,13 > Z_{(0,025)} = 1,96$ dan $|Z| = 2,38 > Z_{(0,025)} = 1,96$ maka H_0 ditolak sehingga parameter yang berpengaruh secara signifikan pada α = 5% yaitu pada variabel X_1 dan X_2 (Jumlah Kelahiran dan Kematian tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah tahun 2013), sedangkan variabel Migran yang masuk tidak berpengaruh secara signifikan. Oleh karena itu, dilakukan pengolahan ulang terhadap variabel yang signifikan sebagai berikut:

Tabel 3.2 *Penaksir Parameter Model Akhir Regresi Logistik*

Parameter	Estimate	Standart Error	Z	Odds Ratio
β_0	0.446161	0.9006850	0.50	
β_1	0.0002190	0.0001100	1.99	1.00022
β_2	-0.0003201	0.0001404	-2.28	0.99968

Berdasarkan tabel 3.2 dapat dilihat model akhir regresi logistik untuk laju pertumbuhan penduduk Provinsi Jawa Tengah tahun 2013 sebagai berikut:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{\exp(-0{,}446161 + 0{,}0002190 X_1 - 0{,}0003201 X_2)}{1 + \exp(-0{,}446161 + 0{,}0002190 X_1 - 0{,}0003201 X_2)}$$

Dengan fungsi logitnya yaitu:

$$g(x) = -0{,}446161 + 0{,}0002190 X_1 - 0{,}0003201 X_2$$

Karena nilai |Z| = 1,99 > $Z_{(0,025)} = 1{,}96$ dan Z| = 2,28 > $Z_{(0,025)} = 1{,}96$ maka H_0 ditolak sehingga parameter yang berpengaruh secara signifikan pada α = 5% yaitu pada variabel X_1 dan X_2 (Jumlah Kelahiran dan Kematian tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah tahun 2013).

Jika nilai *odds ratio* lebih kecil dari 1 maka antara variabel independen dan variabel dependen terdapat hubungan negatif setiap kali ada perubahan nilai variabel independen. Sedangkan jika nilai *odds ratio* lebih besar dari 1 maka hubungan antara variabel independen dengan variabel dependen adalah positif setiap perubahan dari variabel independen. Dari Tabel 3.3, model regresi logistik yang dibentuk pada variabel X_1 menjelaskan bahwa setiap bertambah satu kelahiran maka akan mengakibatkan kecenderungan penambahan penduduk sebesar 0,022 %. Sedangkan pada variabel X_2 menjelaskan bahwa setiap berkurang satu kematian maka akan mengakibatkan kecenderungan penurunan penduduk sebesar 0,032% pada tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah.

Langkah pertama dalam mendapatkan model GWLR adalah menentukan letak geografis (garis lintang dan garis bujur) tiap Kabupaten /Kota di Jawa Tengah. Selanjutnya adalah menghitung bandwidth optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV). Proses untuk mendapatkan bandwidth yang meminimumkan nilai CV bisa dilakukan dengan menggunakan teknik Golden Section Search (Fotheringham, *et al.,* 2002). Nilai bandwidth optimum dari hasil analisis menggunakan *Software* R adalah 3,063308 untuk pembobot *Fixed Gaussian Kernel.*

```
# Mencari bandwidth optimal (adaptive bandwidth)
bw.adapt=bw.gGWR(y~X1+X2+X3,data=data.gwlr,family="binomial",kernel
="gaussian",adaptive=TRUE,dMat=DM)
# Estimasi Parameter GWLR adaptive bandwidth
gwlr.adapt=GWR.generalised(y~X1+X2+X3,data=data.gwlr,bw=bw.adapt,fa
mily="binomial",kernel="gaussian",adaptive=TRUE,dMat=DM)
# Menampilkan nilai koefisien beta
gwlr.adapt$SDF$Intercept
gwlr.adapt$SDF$X1
gwlr.adapt$SDF$X2
gwlr.adapt$SDF$X3
#Menampilkan Statistik Uji untuk setiap variabel prediktor
gwlr.adapt$SDF[,c(2,9,13)]#untuk X1
gwlr.adapt$SDF[,c(3,10,14)]#untuk X2
gwlr.adapt$SDF[,c(4,11,15)]#untuk X3
lokasi=as.matrix(data[,2:3])
gw.adapt(dp=lokasi, fp=lokasi,
quant=gwlr.fix$GW.arguments$bw/35)
```

```
# Menampilkan Nilai Aktual, nilai prediksi dan residual
gwlr.adapt$SDF[,5:7]

# Menampilkan Nilai Bandwidth di setiap lokasi
library(spGWR) # Mengaktifkan paket spGWR
lokasi=as.matrix(data[,2:3])
gw.adapt(dp=lokasi, fp=lokasi, quant=gwlr.fix$GW.arguments$bw/35)

# Menampilkan Nilai AICc
gwlr.adapt$GW.diagnostic$AICc
```

Setelah mendapatkan nilai bandwidth optimum, maka langkah selanjutnya adalah menentukan matriks pembobot, di mana dalam penelitian ini akan digunakan dua pembobot yaitu fungsi *Fixed Gaussian Kernel* dan fungsi *Adaptive Gaussian Kernel*. Misalkan matriks pembobot untuk Kabupaten Cilacap di lokasi $(u_{i,}, v_i)$ adalah $w(u_i, v_i)$. Langkah awal sebelum mendapat matriks pembobot ini adalah dengan mencari jarak Euclidian lokasi $(u_{i,}, v_i)$ Kabupaten Cilacap dengan semua lokasi Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah. Selanjutnya dengan jarak Euclidian tersebut dapat dihitung pembobot dari Kabupaten Cilacap. Dapat disusun matriks kedua pembobot yaitu *Fixed Gaussian Kernel* dan *Adaptive Gaussian Kernel* untuk Kabupaten Cilacap. Matriks pembobot yang dibentuk dari fungsi *Fixed Gaussian Kernel* pada Kabupaten Cilacap dengan lokasi $(u_{1,}, v_1)$ yaitu:

$$W(u_1, v_1) = \begin{bmatrix} 1.00000 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0.99654 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0.96119 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0.97740 \end{bmatrix}$$

Sedangkan matriks pembobot yang dibentuk dari fungsi *Adaptive Gaussian Kernel* pada Kabupaten Cilacap dengan lokasi $(u_{1,}, v_1)$ yaitu:

$$W(u_1, v_1) = \begin{bmatrix} 1.00000 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0.99444 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0.88268 & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0.95988 \end{bmatrix}$$

Tabel 3.3 *Jarak Euclidian dan Pembobot Fixed Gaussian Kernel di Kabupaten Cilacap*

Kabupaten/Kota	**Jarak *Euclidian***	***Fixed Gaussian Kernel***
CILACAP	0.00000	1.00000
BANYUMAS	0.36089	0.99654
PURBALINGGA	0.35097	0.99672
BANJARNEGARA	0.90257	0.97853
KEBUMEN	0.90382	0.97847
PURWOREJO	1.17304	0.96400
WONOSOBO	1.17009	0.96418
MAGELANG	1.45710	0.94501
BOYOLALI	1.81816	0.91570
KLATEN	1.83322	0.91436
SUKOHARJO	1.60563	0.93362
WONOGIRI	2.20127	0.87889
KARANGANYAR	2.12842	0.88631
SRAGEN	2.18676	0.88038
GOROBOGAN	1.68091	0.92749
BLORA	2.73466	0.81936
REMBANG	2.65310	0.82901

Tabel 3.3 *Jarak Euclidian dan Pembobot Fixed Gaussian Kernel di Kabupaten Cilacap (Lanjutan)*

Kabupaten/Kota	Jarak *Euclidian*	*Fixed Gaussian Kernel*
PATI	2.45615	0.85153
KUDUS	3.06694	0.77834
JEPARA	2.31631	0.86681
DEMAK	2.03581	0.89546
SEMARANG	1.76601	0.92027
TEMANGGUNG	1.83278	0.91440
KENDAL	1.44212	0.94610
BATANG	1.35713	0.95212
PEKALONGAN	1.07652	0.96960
PEMALANG	1.05675	0.97069
TEGAL	0.82682	0.98195
BREBES	0.90157	0.97858
KOTA MAGELANG	1.44361	0.94599
KOTA SURAKARTA	1.97080	0.90170
KOTA SALATIGA	1.75249	0.92144
KOTA SEMARANG	1.76660	0.92022
KOTA PEKALONGAN	1.21899	0.96119
KOTA TEGAL	0.92634	0.97740

Tabel 3.4 *Jarak Euclidian dan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel di Kabupaten Cilacap*

Kabupaten/Kota	Jarak Euclidian	Bandwidth	Adaptive Gaussian Kernel
CILACAP	0.00000	2.73466	1.00000
BANYUMAS	0.36089	2.41635	0.99444
PURBALINGGA	0.35097	2.56617	0.99533
BANJARNEGARA	0.90257	1.83913	0.94157
KEBUMEN	0.90382	1.85854	0.94259
PURWOREJO	1.17304	1.65332	0.88175

Tabel 3.4 *Jarak Euclidian dan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel di Kabupaten Cilacap (Lanjutan)*

Kabupaten/Kota	Jarak Euclidian	Bandwidth	Adaptive Gaussian Kernel
WONOSOBO	1.17009	1.56735	0.86994
MAGELANG	1.45710	1.48648	0.78646
BOYOLALI	1.81816	1.79759	0.77433
KLATEN	1.83322	1.83322	0.77880
SUKOHARJO	1.60563	1.60563	0.77880
WONOGIRI	2.20127	2.20127	0.77880
KARANGANYAR	2.12842	2.11824	0.77693
SRAGEN	2.18676	2.09910	0.76237
GOROBOGAN	1.68091	1.48762	0.72674
BLORA	2.73466	2.56617	0.75284
REMBANG	2.65310	2.45719	0.74718
PATI	2.45615	2.25357	0.74307
KUDUS	3.06694	2.89340	0.75511
JEPARA	2.31631	2.08002	0.73343
DEMAK	2.03581	1.83095	0.73413
SEMARANG	1.76601	1.59207	0.73520
TEMANGGUNG	1.83278	1.70546	0.74922
KENDAL	1.44212	1.44212	0.77880
BATANG	1.35713	1.54647	0.82487
PEKALONGAN	1.07652	1.77304	0.91196
PEMALANG	1.05675	1.92500	0.92743
TEGAL	0.82682	2.25365	0.96691
BREBES	0.90157	2.46672	0.96716
KOTA MAGELANG	1.44361	1.44361	0.77880
KOTA SURAKARTA	1.97080	1.95829	0.77631
KOTA SALATIGA	1.75249	1.63652	0.75075
KOTA SEMARANG	1.76660	1.56289	0.72657
KOTA PEKALONGAN	1.21899	1.72536	0.88268
KOTA TEGAL	0.92634	2.28906	0.95988

Matriks pembobot digunakan untuk menaksir parameter hanya pada lokasi (u_1, v_1) yaitu Kabupaten Cilacap, sedangkan untuk menaksir parameter pada lokasi lainnya yaitu lokasi (u_2, v_2) perlu dicari terlebih dahulu matriks pembobot $w(u_2, v_2)$ dengan langkah yang sama seperti cara sebelumnya, demikian seterusnya sampai pada lokasi (u_{35}, v_{35}). Pembobot tersebut akan digunakan untuk mencari penaksir parameter model GWLR dengan memasukkan pembobot tersebut dalam perhitungannya. Hasil dari analisis dari *Software* R menghasilkan nilai taksiran parameter pada semua lokasi pengamatan yaitu lokasi (u_1, v_1) sampai lokasi (u_{35}, v_{35}). Setelah diperoleh penaksiran parameter model regresi logistik dan model GWLR maka langkah selanjutnya adalah mengetahui ada tidaknya perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dengan model GWLR tersebut.

3.4.5 Pengujian Kesesuaian Model Regresi Logistik dan Model GWLR

Pengujian hipotesis diperlukan untuk mengetahui apakah model GWLR lebih sesuai digunakan dibandingkan dengan model regresi logistik global. Hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k$ (Tidak ada perbedaan yang signifikan antara model Regresi Logistik dengan GWLR).

H_1: Paling sedikit satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k; k = 1,2,3; i = 1,2,...35$ (Ada perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dan GWLR).

Pengujian kesamaan model dilakukan dengan menggunakan uji F dan diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3.5 *Uji Kesesuaian Model Regresi Logistik dan Model GWLR*

Model	*Deviance*	DOF	*Deviance*/DOF	F_{hit}
Regresi Logistik	35.307	31.000	1.139	
GWLR (Fixed Gaussian)	29.144	27.628	1.055	1.079
GWLR (Adaptif Gaussian)	31.530	29.411	1.072	1.063

Tabel 3.5 menunjukkan nilai F_{hit} dengan menggunakan pembobot *Fixed Gaussian Kernel* dan *Adaptive Gaussian Kernel* masing-masing adalah 1,079 dan 1,063. Apabila menggunakan α = 0,05 maka nilai $F_{0,05;31;27.628} = 1{,}878$ dan $F_{0,05;31;29.411} = 1{,}848$. Dari hasil tersebut maka dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima yang artinya tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dengan model GWLR dengan kedua pembobot. Dalam pemilihan model terbaik dapat dilihat dari nilai AIC. Model yang mempunyai AIC paling kecil tersebut yang merupakan model terbaik untuk Laju Pertumbuhan Penduduk Provinsi Jawa Tengah tahun 2013.

3.4.6 Pengujian Parameter Model GWLR Pembobot *Fixed Gaussian Kernel*

Pengujian parameter model GWLR dengan pembobot *Fixed Gaussian Kernel* digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Laju Pertumbuhan Penduduk Provinsi Jawa Tengah tahun 2013 di setiap Kabupaten/Kota. Misalkan pengujian parameter untuk Kabupaten Cilacap yang lokasinya pada koordinat (u_1, v_1) maka hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_k(u_1, v_1) = 0;$

$H_1 : \beta_k(u_1, v_1) \neq 0;$ k = 1, 2, 3

Tabel 3.6 *Pengujian Parameter Model GWLR Kabupaten Cilacap dengan Pembobot Fixed Gaussian Kernel*

Parameter	Estimasi	*Standard Error*	Z_{hit}
β_0	-0.27301	0.80066	-0.34098
β_1	0.00030	0.00009	3.39635
β_2	-0.00040	0.00009	-4.51434
β_3	2.41227	0.67938	3.55070

Berdasarkan Tabel 3.6 maka diperoleh model GWLR dengan pembobot *Fixed Gaussian Kernel* untuk Kabupaten Cilacap yaitu:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{\exp(-0{,}27301 + 0{,}00030X_1 - 0{,}00040X_2 + 2{,}41227X_3)}{1 + \exp(-0{,}27301 + 0{,}00030X_2 + 2{,}41227X_3)}$$

Maka fungsi logitnya adalah:

$$g(x) = -0{,}27301 + 0{,}00030X_1 - 0{,}00040X_2 + 2{,}41227X_3$$

Proses pengujian parameter tersebut dilakukan berulang pada setiap lokasi yaitu sampai lokasi (u_{35}, v_{35}) atau sampai Kota Tegal dan didapatkan model fungsi logit GWLR untuk tiap Kabupaten/Kota

Tabel 3.7 *Fungsi Logit GWLR Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah dengan Pembobot Fixed Gaussian Kernel*

Kabupaten/Kota	Fungsi Logit GWLR
CILACAP	g(x)= -0,27301+0,00030X1-0,00040X2+2,41227X3
BANYUMAS	g(x)= -0,25786+0,00031X1-0,00041X2+2,42603X3
PURBALINGGA	g(x)= -0,25933+0,00031X1-0,00041X2+2,42690X3
BANJARNEGARA	g(x)= -0,23818+0,00032X1-0,00043X2+2,44002X3
KEBUMEN	g(x)= -0,24592+0,00032X1-0,00043X2+2,43213X3
PURWOREJO	g(x)= -0,24136+0,00032X1-0,00043X2+2,43514X3
WONOSOBO	g(x)= -0,22825+0,00033X1-0,00044X2+2,44719X3
MAGELANG	g(x)= -0,22632+0,00033X1-0,00044X2+2,44745X3
BOYOLALI	g(x)= -0,21341+0,00034X1-0,00045X2+2,45756X3
KLATEN	g(x)= -0,21913+0,00034X1-0,00045X2+2,45333X3
SUKOHARJO	g(x)= -0,22589+0,00033X1-0,00044X2+2,44772X3
WONOGIRI	g(x)= -0,21096+0,00034X1-0,00046X2+2,46085X3
KARANGANYAR	g(x)= -0,20548+0,00034X1-0,00046X2+2,46419X3
SRAGEN	g(x)= -0,19658+0,00035X1-0,00046X2+2,47041X3
GOROBOGAN	g(x)= -0,20347+0,00034X1-0,00045X2+2,46555X3
BLORA	g(x)= -0,15842+0,00036X1-0,00048X2+2,49582X3
REMBANG	g(x)= -0,15605+0,00036X1-0,00048X2+2,49671X3
PATI	g(x)= -0,16485+0,00036X1-0,00047X2+2,49117X3
KUDUS	g(x)= -0,14013+0,00037X1-0,00049X2+2,50729X3
JEPARA	g(x)= -0,16672+0,00035X1-0,00047X2+2,49041X3
DEMAK	g(x)= -0,18539+0,00035X1-0,00046X2+2,47798X3

Tabel 3.7 *Fungsi Logit GWLR Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah dengan Pembobot Fixed Gaussian Kernel (Lanjutan)*

Kabupaten/Kota	Fungsi Logit GWLR
SEMARANG	g(x)= -0,20225+0,00034X1-0,00045X2+2,46607X3
TEMANGGUNG	g(x)= -0,20551+0,00034X1-0,00045X2+2,46343X3
KENDAL	g(x)= -0,20977+0,00033X1-0,00044X2+2,46264X3
BATANG	g(x)= -0,21293+0,00033X1-0,00044X2+2,46102X3
PEKALONGAN	g(x)= -0,22629+0,00033X1-0,00043X2+2,45115X3
PEMALANG	g(x)= -0,22620+0,00032X1-0,00043X2+2,45314X3
TEGAL	g(x)= -0,23799+0,00032X1-0,00042X2+2,44603X3
BREBES	g(x)= -0,23912+0,00032X1-0,00042X2+2,44862X3
KOTA MAGELANG	g(x)= -0,22327+0,00033X1-0,00044X2+2,45003X3
KOTA SURAKARTA	g(x)= -0,20975+0,00034X1-0,00046X2+2,46059X3
KOTA SALATIGA	g(x)= -0,20893+0,00034X1-0,00045X2+2,46091X3
KOTA SEMARANG	g(x)= -0,19830+0,00034X1-0,00045X2+2,46931X3
KOTA PEKALONGAN	g(x)= -0,21878+0,00033X1-0,00044X2+2,45766X3
KOTA TEGAL	g(x)= -0,23475+0,00032X1-0,00042X2+2,45006X3

Dalam menentukan variabel yang berpengaruh secara signifikan terhadap Laju Pertumbuhan Penduduk Provinsi Jawa Tengah Tahun 2013 digunakan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0;$

$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0;$ k = 1, 2, 3 dan *i* = 1, 2, ..., 35

Apabila digunakan taraf signifikansi α = 0,05 maka diperoleh nilai $Z_{(0,025)} = 1{,}96$. Variabel yang berpengaruh secara signifikan yaitu variabel yang mempunyai nilai $|Z_{hit}| > Z_{(0,025)}$. Variabel yang berpengaruh secara signifikan dalam model GWLR dengan pembobot *Fixed Gaussian Kernel* tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah dapat dilihat pada tabel 3.8.

Tabel 3.8 *Variabel yang Signifikan Model GWLR dengan Pembobot Fixed Gaussian Kernel*

Kabupaten/Kota	Variabel GWLR	Prediksi
CILACAP	X1,X2,X3	0
BANYUMAS	X1,X2,X3	0
PURBALINGGA	X1,X2,X3	1
BANJARNEGARA	X1,X2,X3	0
KEBUMEN	X1,X2,X3	1
PURWOREJO	X1,X2,X3	0
WONOSOBO	X1,X2,X3	0
MAGELANG	X1,X2,X3	1
BOYOLALI	X1,X2,X3	0
KLATEN	X1,X2,X3	0
SUKOHARJO	X1,X2,X3	0
WONOGIRI	X1,X2,X3	0
KARANGANYAR	X1,X2,X3	1
SRAGEN	X1,X2,X3	0
GOROBOGAN	X1,X2,X3	0
BLORA	X1,X2,X3	0
REMBANG	X1,X2,X3	0
PATI	X1,X2,X3	0
KUDUS	X1,X2,X3	1
JEPARA	X1,X2,X3	1
DEMAK	X1,X2,X3	1
SEMARANG	X1,X2,X3	1
TEMANGGUNG	X1,X2,X3	0
KENDAL	X1,X2,X3	1
BATANG	X1,X2,X3	0
PEKALONGAN	X1,X2,X3	0
PEMALANG	X1,X2,X3	0
TEGAL	X1,X2,X3	0

Tabel 3.8 *Variabel yang Signifikan Model GWLR dengan Pembobot Fixed Gaussian Kernel (Lanjutan)*

Kabupaten/Kota	Variabel GWLR	Prediksi
BREBES	X1,X2,X3	0
KOTA MAGELANG	X1,X2,X3	0
KOTA SURAKARTA	X1,X2,X3	0
KOTA SALATIGA	X1,X2,X3	1
KOTA SEMARANG	X1,X2,X3	1
KOTA PEKALONGAN	X1,X2,X3	0
KOTA TEGAL	X1,X2,X3	0

3.4.7 Pengujian Parameter Model GWLR dengan *Adaptive Gaussian Kernel*

Pengujian parameter model GWLR dengan pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Laju Pertumbuhan Penduduk Provinsi Jawa Tengah tahun 2013 di setiap Kabupaten/Kota. Misalkan pengujian parameter untuk Kabupaten Cilacap yang lokasinya pada koordinat (u_1, v_1) maka hipotesisnya yaitu:

$$H_0 : \beta_k(u_1, v_1) = 0;$$
$$H_1 : \beta_k(u_1, v_1) \neq 0;; \quad k = 1, 2, 3$$

Tabel 3.9 *Pengujian Parameter Model GWLR Kabupaten Cilacap dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel*

Parameter	Estimasi	*Standard Error*	Z_{hit}
β_0	-0.28403	0.75293	-0.37724
β_1	0.00029	0.00009	3.34508
β_2	-0.00039	0.00008	-4.75271
β_3	2.40135	0.66404	3.61627

Berdasarkan Tabel 3.9 diperoleh model GWLR dengan pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* untuk Kabupaten Cilacap yaitu:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{\exp(-0{,}28403 + 0{,}00029X_1 - 0{,}00039X_2 + 2{,}40135X_3)}{1 + \exp(-0{,}28403 + 0{,}00029X_1 - 0{,}00039X_2 + 2{,}40135X_3)}$$

Maka fungsi logitnya adalah:

$$g(x) = -0{,}28403 + 0{,}00029X_1 - 0{,}00039X_2 + 2{,}40135X_3$$

Proses pengujian parameter tersebut dilakukan berulang pada setiap lokasi yaitu sampai lokasi (u_{35}, v_{35}) atau sampai Kota Tegal dan diperoleh fungsi logit GWLR untuk tiap Kabupaten/Kota sesuai yaitu:

Tabel 3.10 *Fungsi Logit GWLR Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel*

Kabupaten/Kota	Fungsi Logit GWLR
CILACAP	g(x)= -0,28403+0,00029X1-0,00039X2+2,40135X3
BANYUMAS	g(x)= -0,27802+0,00029X1-0,00039X2+2,40826X3
PURBALINGGA	g(x)= -0,27358+0,00029X1-0,00039X2+2,41553X3
BANJARNEGARA	g(x)= -0,27042+0,00029X1-0,00039X2+2,40820X3
KEBUMEN	g(x)= -0,29018+0,00029X1-0,00038X2+2,38307X3
PURWOREJO	g(x)= -0,29906+0,00029X1-0,00038X2+2,37107X3
WONOSOBO	g(x)= -0,25718+0,00030X1-0,00039X2+2,41638X3
MAGELANG	g(x)= -0,26332+0,00031X1-0,00041X2+2,41178X3
BOYOLALI	g(x)= -0,21328+0,00034X1-0,00045X2+2,45380X3
KLATEN	g(x)= -0,23050+0,00034X1-0,00045X2+2,44284X3
SUKOHARJO	g(x)= -0,25841+0,00032X1-0,00043X2+2,41985X3
WONOGIRI	g(x)= -0,21000+0,00035X1-0,00046X2+2,45770X3
KARANGANYAR	g(x)= -0,19727+0,00035X1-0,00047X2+2,46469X3
SRAGEN	g(x)= -0,17688+0,00036X1-0,00047X2+2,47713X3
GOROBOGAN	g(x)= -0,16353+0,00034X1-0,00045X2+2,49026X3
BLORA	g(x)= -0,13420+0,00037X1-0,00049X2+2,49698X3
REMBANG	g(x)= -0,12223+0,00037X1-0,00049X2+2,50254X3

Tabel 3.10 *Fungsi Logit GWLR Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Tengah dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel (Lanjutan)*

Kabupaten/Kota	**Fungsi Logit GWLR**
PATI	g(x)= -0,12017+0,00037X1-0,00049X2+2,50436X3
KUDUS	g(x)= -0,13257+0,00037X1-0,00049X2+2,49676X3
JEPARA	g(x)= -0,10678+0,00037X1-0,00049X2+2,51245X3
DEMAK	g(x)= -0,12921+0,00026X1-0,00048X2+2,50347X3
SEMARANG	g(x)= -0,16679+0,00034X1-0,00046X2+2,48532X3
TEMANGGUNG	g(x)= -0,18564+0,00035X1-0,00046X2+2,47276X3
KENDAL	g(x)= -0,18397+0,00032X1-0,00042X2+2,48896X3
BATANG	g(x)= -0,19976+0,00031X1-0,00041X2+2,47932X3
PEKALONGAN	g(x)= -0,24103+0,00030X1-0,00040X2+2,44298X3
PEMALANG	g(x)= -0,23713+0,00030X1-0,00040X2+2,45252X3
TEGAL	g(x)= -0,25227+0,00030X1-0,00040X2+2,44069X3
BREBES	g(x)= -0,24857+0,00030X1-0,00040X2+2,44712X3
KOTA MAGELANG	g(x)= -0,25109+0,00031X1-0,00041X2+2,42216X3
KOTA SURAKARTA	g(x)= -0,20477+0,00035X1-0,00046X2+2,45979X3
KOTA SALATIGA	g(x)= -0,19520+0,00034X1-0,00045X2+2,46672X3
KOTA SEMARANG	g(x)= -0,14800+0,00035X1-0,00046X2+2,49825X3
KOTA PEKALONGAN	g(x)= -0,22037+0,00030X1-0,00041X2+2,46502X3
KOTA TEGAL	g(x)= -0,24591+0,00030X1-0,00040X2+2,44881X3

Dalam menentukan variabel yang berpengaruh secara signifikan terhadap Laju Pertumbuhan Penduduk Provinsi Jawa Tengah Tahun 2013 digunakan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$;

$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$;   k = 1, 2, 3 dan *i* = 1, 2, ..., 35

Apabila digunakan taraf signifikansi α = 0,05 maka diperoleh nilai $\left|Z_{(0,025)}\right| = 1{,}96$. Variabel yang berpengaruh secara signifikan yaitu variabel yang mempunyai nilai $Z_{hit} > Z_{(0,025)}$. Variabel yang berpengaruh secara signifikan dalam model GWLR dengan pembobot Adaptive

Gaussian Kernel tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah dapat dilihat pada tabel 3.11.

Tabel 3.11 *Variabel yang Signifikan Model GWLR dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel*

Kabupaten/Kota	Variabel GWLR	Prediksi
CILACAP	X1,X2,X3	0
BANYUMAS	X1,X2,X3	0
PURBALINGGA	X1,X2,X3	1
BANJARNEGARA	X1,X2,X3	0
KEBUMEN	X1,X2,X3	1
PURWOREJO	X1,X2,X3	0
WONOSOBO	X1,X2,X3	0
MAGELANG	X1,X2,X3	1
BOYOLALI	X1,X2,X3	0
KLATEN	X1,X2,X3	0
SUKOHARJO	X1,X2,X3	0
WONOGIRI	X1,X2,X3	0
KARANGANYAR	X1,X2,X3	1
SRAGEN	X1,X2,X3	0
GOROBOGAN	X1,X2,X3	0
BLORA	X1,X2,X3	0
REMBANG	X1,X2,X3	0
PATI	X1,X2,X3	0
KUDUS	X1,X2,X3	1
JEPARA	X1,X2,X3	1
DEMAK	X1,X2,X3	1
SEMARANG	X1,X2,X3	1
TEMANGGUNG	X1,X2,X3	1
KENDAL	X1,X2,X3	1
BATANG	X1,X2,X3	0
PEKALONGAN	X1,X2,X3	0

Tabel 3.11 *Variabel yang Signifikan Model GWLR dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel (Lanjutan)*

Kabupaten/Kota	Variabel GWLR	Prediksi
PEMALANG	X1,X2,X3	0
TEGAL	X1,X2,X3	0
BREBES	X1,X2,X3	0
KOTA MAGELANG	X1,X2,X3	0
KOTA SURAKARTA	X1,X2,X3	0
KOTA SALATIGA	X1,X2,X3	1
KOTA SEMARANG	X1,X2,X3	1
KOTA PEKALONGAN	X1,X2,X3	0
KOTA TEGAL	X1,X2,X3	0

3.4.8 Perbandingan Model Regresi Logistik dan Model GWLR

Perbandingan antara model regresi logistik dan model GWLR dengan kedua pembobot *Fixed Gaussian Kernel* dan *Adaptive Gaussian Kernel* untuk mengetahui model yang lebih baik dalam menggambarkan Laju Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Jawa Tengah tahun 2013. Perbandingan ini dapat dilihat dari besarnya nilai AIC dari masing-masing model tersebut yaitu:

Tabel 3.12 *Perbandingan Kesesuaian Model*

Model	Deviance	AIC
Regresi Logistik	35,307	43,307
GWLR (*Fixed Gaussian Kernel*)	29,144	42,500
GWLR (*Adaptive Bisquare Kernel*)	31,530	41,541

Dari hasil analisis pada Tabel 3.12 dapat dilihat bahwa nilai AIC terkecil dimiliki oleh model GWLR dengan pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* yang artinya model GWLR dengan pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* adalah model yang lebih baik daripada model regresi logistik dan model GWLR dengan pembobot *Fixed Gaussian Kernel*.

3.4.9 Ketepatan Klasifikasi Model Regresi Logistik dan GWLR

Uji ketepatan klasifikasi model merupakan cara untuk menyatakan kelayakan suatu model yaitu seberapa besar persentase observasi diklasifikasikan secara tepat. Pengklasifikasian model dapat dilihat berdasarkan hasil klasifikasi antara observasi dengan prediksi. Klasifikasi dari model regresi logistik, GWLR *Fixed Gaussian Kernel* dan GWLR pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 3.13 *Klasifikasi Laju Pertumbuhan Penduduk Model Regresi Logistik*

Observasi	Prediksi		Persentase Ketepatan Klasifikasi
	LPP < 0 (0)	LPP > 0 (1)	
LPP < 0 (0)	15	4	
LPP > 0 (1)	4	12	
Persentase Keseluruhan			77.1%

Tabel 3.14 *Klasifikasi Laju Pertumbuhan Penduduk Model GWLR Pembobot Fixed Gaussian Kernel*

Observasi	Prediksi		Persentase Ketepatan Klasifikasi
	LPP < 0 (0)	LPP > 0 (1)	
LPP < 0 (0)	18	1	
LPP > 0 (1)	6	10	
Persentase Keseluruhan			80.0%

Tabel 3.15 *Klasifikasi Laju Pertumbuhan Penduduk Model GWLR Pembobot Adaptive Gaussian Kernel*

Observasi	Prediksi		Persentase Ketepatan Klasifikasi
	LPP < 0 (0)	LPP > 0 (1)	
LPP < 0 (0)	18	1	
LPP > 0 (1)	5	11	
Persentase Keseluruhan			82.8%

Perhitungan ketepatan hasil klasifikasi Laju Pertumbuhan Penduduk Provinsi Jawa Tengah Tahun 2013 dengan menggunakan model regresi logistik, GWLR pembobot *Fixed Gaussian Kernel* dan GWLR pembobot

Adaptive Gaussian Kernel menghasilkan nilai yaitu sebesar 77,1%, 80,0% dan 82.8%. Berdasarkan nilai ketepatan hasil klasifikasi tersebut, model GWLR untuk pembobot *Adaptive Gaussian Kernel* merupakan model yang terbaik karena memiliki nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) yang terkecil dengan ketepatan model sebesar 82.8 %.

Selain itu akan dibahas penggunaan GWLRS pada data probabilitas daerah kabupaten atau kota berpenduduk sejahtera di Jawa Tengah. Unit yang digunakan dalam penelitian ini adalah 35 kabupaten dan kota yang ada di Jawa Tengah. Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Variabel Dependen (Y): Status Daerah yang penduduknya berstatus Sejahtera
   Menurut Badan Pusat Statistik, pola pengeluaran dapat digunakan sebagai salah satu alat untuk menilai tingkat kesejahteraan masyarakat. Badan Pusat Statistik (2012) mendefinisikan kabupaten dan kota dengan status kesejahteraan masyarakat tinggi apabila lebih dari setengah pengeluaran konsumsi masyarakat dari kabupaten/kota tersebut digunakan untuk konsumsi bukan makanan dan mendefinisikan kabupaten/kota dengan status kesejahteraan masyarakat rendah apabila lebih dari setengah pengeluaran konsumsi masyarakat dari kabupaten/kota tersebut digunakan untuk konsumsi makanan.

   0 = untuk kabupaten atau kota dengan status kesejahteraan masyarakat rendah
   1 = untuk kabupaten atau kota dengan status kesejahteraan masyarakat tinggi

2. Variabel Bebas (X) :
   X1 : Upah Minimum Kabupaten/Kota (rupiah)
   X2 : Angka Pengangguran (persen)
   X3 : Tingkat Pertumbuhan Ekonomi (persen)
   X4 : Angka Inflasi (persen)
   X5 : Angka Partisipasi Sekolah (persen)

3.5 Metode Analisis

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis data dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif data tingkat kesejahteraan di Jawa Tengah tahun 2012.
2. Menganalisis Model Regresi Logistik dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Melakukan penaksiran estimasi parameter
   b. Melakukan pengujian serentak dan parsial
   c. Menentukan Model Akhir Regresi Logistik
   d. Melakukan Uji Kesesuaian
   e. Menghitung Nilai Ketepatan Klasifikasi Model Regresi Logistik
   f. Membuat Kesimpulan
3. Menganalisis Model GWLRS dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Menghitung jarak Euclidean antara lokasi ke-i yang terletak pada koordinat (u_i,v_i) terhadap lokasi ke-j yang terletak pada koordinat (u_i,v_i)
   b. Menentukan bandwidth (h) optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV).
   c. Menghitung matriks pembobot dengan menggunakan fungsi pembobot kernel gauss.
   d. Melakukan penaksiran parameter model GWLR
   e. Menentukan variabel global dan variabel lokal
   f. Melakukan penaksiran parameter model GWLRS
   g. Melakukan pengujian parameter model GWLRS
   h. Menentukan Model Akhir GWLRS
   i. Melakukan Uji Kesesuaian
   j. Menghitung Nilai Ketepatan Klasifikasi Model GWLRS
   k. Membuat Kesimpulan
3. Membandingkan Model Regresi Logistik, Model GWLR dan Model GWLRS dengan melihat nilai AIC masing-masing Model. Model terbaik adalah model yang mempunyai nilai AIC yang terkecil.

Pada model GWLRS terdapat variabel yang terboboti oleh geografis (*Geographically varying coefficient*) dan variabel yang tidak terboboti oleh geografis (*fixed coefficient*), letak geografis tiap kabupaten/kota di Provinsi Jawa Tengah, setelah diperoleh letak geografis maka langkah selanjutnya adalah memilih *bandwidth* (h) optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV). Proses untuk mendapatkan *bandwidth* yang meminimumkan nilai CV bisa dilakukan dengan menggunakan teknik *Golden Section Search.* Langkah selanjutnya adalah mendapatkan matriks pembobot, di mana dalam penelitian ini akan digunakan pembobot *fixed gaussian*. Misalkan matriks pembobot lokasi (u_i, v_i) adalah $w\, u_i, v_i$ dalam penelitian ini lokasi pertama adalah Kabupaten Cilacap, maka langkah selanjutnya adalah mencari jarak *Euclid* (d_{ij}) tiap lokasi (u_i, v_i) yaitu kabupaten Cilacap ke semua lokasi di Jawa Tengah yang disajikan pada Tabel 3.16.

Tabel 3.16 *Jarak Euclid dan Pembobot Kabupaten Cilacap*

Daerah	dij	$W(u_1, v_1)$	Daerah	dij	$W(u_1, v_1)$
Kab. Cilacap	0,0000	1,000000	Kab. Pati	0,1500	0,993545
Kab. Banyumas	0,0854	0,997901	Kab. Kudus	0,6694	0,878994
Kab. Purbalingga	0,1131	0,996323	Kab. Jepara	0,6946	0,870333
Kab. Banjarnegara	0,1020	0,997011	Kab. Demak	0,6280	0,892685
Kab. Kebumen	0,1965	0,988951	Kab. Semarang	0,2285	0,985087
Kab. Purworejo	1,3006	0,614530	Kab. Temanggung	0,0728	0,998476
Kab. Wonosobo	0,7810	0,838972	Kab. Kendal	0,2912	0,975887
Kab. Magelang	0,2280	0,985144	Kab. Batang	0,1985	0,988723
Kab. Boyolali	0,2474	0,982539	Kab. Pekalongan	0,2773	0,978109
Kab. Klaten	0,1237	0,995606	Kab. Pemalang	0,3812	0,959040
Kab. Sukoharjo	0,0510	0,999252	Kab. Tegal	0,1965	0,988951
Kab. Wonogiri	1,0066	0,747044	Kab. Brebes	0,1118	0,996409
Kab. Karanganyar	0,8405	0,815990	Kota Magelang	1,0149	0,743419
Kab. Sragen	0,4308	0,947980	Kota Surakarta	0,4201	0,950467
Kab. Grobogan	0,1500	0,993545	Kota Salatiga	0,4111	0,952521
Kab. Blora	0,1000	0,997126	Kota Semarang	0,3759	0,960145
Kab. Rembang	0,2419	0,983303	Kota Pekalongan	1,4384	0,551289
			Kota Tegal	0,3206	0,970844

Berdasarkan Tabel 3.16 di atas maka matriks pembobot yang dibentuk dengan fungsi *fixed gaussian* pada Kabupaten Cilacap (lokasi (u_1, v_1)) adalah sebagai berikut.

$$w(u_1, v_1) = \text{diag}[1{,}000000 \quad 0{,}997901 \quad \cdots \quad 0{,}970844]$$

Matrik pembobot di atas digunakan untuk menaksir parameter di lokasi (u_1, v_1), sedangkan untuk menaksir parameter di lokasi (u_2, v_2) terlebih dahulu dicari matriks pembobot $w(u_2, v_2)$ dengan langkah-langkah yang sama seperti cara di atas. Demikian seterusnya sampai menaksir parameter di lokasi terakhir $w(u_{35}, v_{35})$. Penaksiran parameter model GWLRS diperoleh dengan memasukkan pembobot spasial dalam perhitungan menggunakan iterasi Newton Raphson yaitu memaksimumkan fungsi likelihood, sehingga didapatkan nilai taksiran parameter untuk semua lokasi (u_i, v_i). Pengujian hipotesis digunakan untuk mengetahui apakah model GWLRS lebih tepat digunakan (signifikan) dibandingkan dengan model regresi logistik. Dengan Hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $(\beta_j(u_i, v_i), \gamma_m) = (\beta_j, \gamma_m)$ (tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dengan GWLRS)

H_1 : paling sedikit ada satu $(\beta_j(u_i, v_i), \gamma_m) \neq (\beta_j, \gamma_m)$ (ada perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dan GWLRS)

Uji Kesesuaian model dilakukan dengan menggunakan uji F dengan hasil sebagai berikut.

Tabel 3.17 *Uji Kesesuaian Model GWLRS dengan Regresi Logistik*

Model	Devian	Db	Devian/db	F_hit
Regresi Logistik	34,736	29	1,198	1,02
Model GWLRS	32,171	27	1,176	

Tabel 3.17 menunjukkan bahwa diperoleh nilai F_{hitung} sebesar 1,02 dengan menggunakan α=10% maka diperoleh nilai = 1,639918. Sehingga diperoleh keputusan Menolak H_0 karena F_{hitung} < $F_{(0,1;29;27)}$. Jadi, dapat

disimpulkan bahwa ada perbedaan yang signifikan antara model regresi logistik dengan GWLRS.

Untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap status kesejahteraan maka dilakukan pengujian parameter model. Misalkan yang akan diuji apakah parameter β_j, γ_m berpengaruh terhadap lokasi pertama (u_1, v_1) yaitu kabupaten Cilacap, hipotesisnya adalah sebagai berikut.

H_0: $\beta_j(u_1, v_1)$ dan $\gamma_m = 0$ (parameter β_j dan γ_m tidak berpengaruh signifikan terhadap model)

H_1: $\beta_j(u_1, v_1)$ dan $\gamma_m = 0$ (parameter β_j dan γ_m berpengaruh signifikan terhadap model)

Tabel 3.18 *Pengujian Parameter Model GWLRS di Kabupaten Cilacap*

Parameter	**Estimasi**	**Standart Error**	Z_{hit}
β_0	-0,6036	0,4291	-1,4066
β_1	0,8160	0,4692	1,7392
γ_2	-0,8173	0,6465	-1,2641
β_3	0,3705	0,4098	0,9040
γ_2	-0,6000	0,5024	-1,1944
β_3	0,4820	0,4023	1,1981

*) Parameter yang signifikan pada α=10%

Berdasarkan Tabel 3.18 didapatkan nilai Z hitung untuk semua parameter dengan menggunakan α=10% maka nilai $Z_{\alpha/2}$ =1,64. Sehingga diperoleh 1 parameter yang signifikan, yaitu β_1 karena $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$. Jadi, model GWLRS yang dapat dibentuk untuk status kesejahteraan di kabupaten cilacap adalah:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{\exp(-0{,}6036 + 0{,}8160Z_1 - 0{,}8173Z_2 + 0{,}3705Z_3 - 0{,}6000Z_4 + 0{,}4820Z_5)}{1 + \exp(-0{,}6036 + 0{,}8160Z_1 - 0{,}8173_2 - 0{,}60000Z_4 + 0{,}4820Z_5)}$$

$$\hat{g}(x) - 0{,}6036 + 0{,}8160Z_1 - 0{,}8173Z_2 + 0{,}3705Z_3 - 0{,}6000Z_4 + 0{,}4820Z_5$$

Berdasarkan model logit di atas, diketahui bahwa apabila semua variabel prediktor (x) sama dengan nol maka ln dari peluang Kabupaten

Cilacap memiliki status kesejahteraan tinggi dibandingkan status kesejahteraan rendah berkurang sebesar 0,6036. Apabila Upah minimum kabupaten/kota naik satu satuan maka ln dari peluang Kabupaten Cilacap memiliki status kesejahteraan tinggi dibandingkan status kesejahteraan rendah cenderung bertambah sebesar 0,8160 untuk data yang sudah distandarkan, jika menggunakan data asli cenderung bertambah 43682,24 dan apabila tingkat pertumbuhan ekonomi naik satu satuan (1%) maka ln dari peluang Kabupaten Cilacap memiliki status kesejahteraan tinggi dibandingkan status kesejahteraan rendah cenderung berkurang sebesar 0,3705 untuk data yang sudah distandarkan, jika menggunakan data asli cenderung berkurang sebesar 1,336442 dan apabila angka partisipasi sekolah naik satu satuan maka ln dari peluang kabupaten/kota di Jawa Tengah memiliki status kesejahteraan tinggi dibandingkan status kesejahteraan rendah cenderung bertambah sebesar 0,4820 untuk data yang sudah distandarkan, jika menggunakan data asli cenderung bertambah sebesar 4,833641. Sedangkan untuk variabel yang tidak dipengaruhi oleh geografis yaitu apabila tingkat pengangguran naik satu satuan maka ln dari peluang suatu kabupaten/kota di Jawa Tengah memiliki status kesejahteraan tinggi dibandingkan status kesejahteraan rendah cenderung berkurang sebesar 0,8173 untuk data yang sudah distandarkan, jika menggunakan data asli cenderung berkurang sebesar 0,676947 apabila tingkat inflasi naik satu satuan maka ln dari peluang suatu kabupaten/kota di Jawa Tengah memiliki status kesejahteraan tinggi dibandingkan status kesejahteraan rendah cenderung berkurang sebesar 0,6000 untuk data yang sudah distandarkan, jika menggunakan data asli cenderung berkurang sebesar 9,065297. Variabel yang signifikan dalam model GWLRS di tiap kabupaten/kota di Jawa Tengah adalah sama dengan Kabupaten Cilacap, hanya saja nilai koefisien variabel pada masing-masing kabupaten/kota yang berbeda. Di mana variabel yang tidak dipengaruhi oleh faktor geografis adalah Z_2, Z_4 , sedangkan variabel yang dipengaruhi oleh faktor geografis adalah Z_1, Z_3 dan Z_5 seperti yang terlihat dalam Tabel 7.18.

Pada Tabel 3.19 merupakan nilai estimasi parameter yang dipengaruhi faktor geografis untuk tiap kabupaten/kota di Jawa Tengah, Sedangkan parameter yang tidak dipengaruhi lokasi (*fixed coefficient*) untuk tiap kabupaten/kota adalah sama, yaitu koefisien $\hat{\beta}_2$ = -0,817270 dan $\hat{\beta}_4$ = -0,600017.

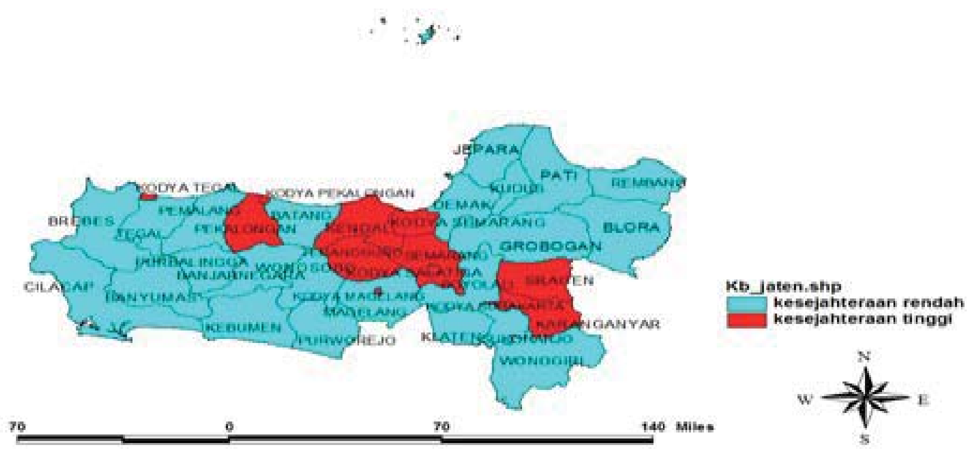
Tabel 3.19 *Estimasi Parameter Lokal Tiap Kabupaten/Kota di Jawa Tengah*

Kabupaten	β_0	β_1	β_2	β_3
Kab. Cilacap	-0,60356	0,815959	0,370495	0,482027
Kab. Banyumas	-0,60627	0,800834	0,357194	0,485722
Kab. Purbalingga	-0,59231	0,79321	0,369673	0,488424
Kab. Banjarnegara	-0,57857	0,804017	0,394636	0,486509
Kab. Kebumen	-0,57732	0,840493	0,421481	0,478764
Kab. Purworejo	-0,50263	1,066483	0,746684	0,465698
Kab. Wonosobo	-0,51741	0,876579	0,538937	0,477557
Kab. Magelang	-0,50658	0,922964	0,597838	0,47342
Kab. Boyolali	0,4942	0,955027	0,651906	0,470873
Kab. Klaten	-0,50186	0,975459	0,655764	0,469933
Kab. Sukoharjo	-0,50384	0,967523	0,644126	0,470395
Kab. Wonogiri	-0,55212	1,347168	0,925624	0,461384
Kab. Karanganyar	-0,49735	1,022153	0,712366	0,467274
Kab. Sragen	-0,4922	1,088657	0,799087	0,461586
Kab. Grobogan	-0,49785	1,134279	0,838463	0,459268
Kab. Blora	-0,49693	1,1432	0,85258	0,457408
Kab. Rembang	-0,47595	1,067164	0,817727	0,454859
Kab. Pati	-0,47054	1,023791	0,779791	0,458275
Kab. Kudus	-0,48216	0,910822	0,633659	0,472883
Kab. Jepara	-0,43144	0,771781	0,597115	0,475195
Kab. Demak	-0,47849	0,891725	0,622652	0,473999
Kab. Semarang	-0,49433	0,92074	0,619117	0,473329
Kab. Temanggung	-0,49301	0,938275	0,638235	0,471937
Kab. Kendal	-0,50188	0,873189	0,562684	0,477894

Tabel 3.19 *Estimasi Parameter Lokal Tiap Kabupaten/Kota Di Jawa Tengah (Lanjutan)*

Kabupaten	β_0	β_1	β_2	β_3
Kab. Batang	-0,50639	0,826602	0,516139	0,483518
Kab. Pekalongan	-0,53549	0,820225	0,466193	0,484862
Kab. Pemalang	-0,58253	0,78173	0,374481	0,491568
Kab. Tegal	-0,61083	0,761414	0,326386	0,496354
Kab. Brebes	-0,62879	0,764043	0,306887	0,495189
Kota Magelang	-0,50884	0,876264	0,553223	0,477699
Kota Surakarta	-0,5068	0,988973	0,658446	0,469163
Kota Salatiga	-0,49012	0,880978	0,590666	0,476436
Kota Semarang	-0,50226	0,986167	0,665285	0,46935
Kota Pekalongan	-0,55799	0,67157	0,333243	0,518499
Kota Tegal	-0,61486	0,654703	0,256845	0,52954

Berdasarkan model GWLRS yang diperoleh maka dapat diketahui nilai prediksi status kesejahteraan di Jawa Tengah sehingga dapat diketahui juga kebenaran model dengan cara melihat hasil pengklasifikasian antara prediksi dan observasi.



Gambar 3.1 *Prediksi Status Kesejahteraan Jawa Tengah dengan menggunakan Model GWLRS*

Tabel 3.20 *Klasifikasi Hasil Status Kesejahteraan Model GWLRS*

Observasi	Prediksi		Jumlah	Persentase Ketepatan
	Rendah	Tinggi		
Rendah	18	3	21	85,71
Tinggi	5	9	14	64,28
Persentase Ketepatan Keseluruhan			77,14	

Tabel 3.20 di atas menginformasikan bahwa hasil prediksi daerah dengan status kesejahteraan rendah tepat diklasifikasikan dalam kategori status kesejahteraan rendah sebanyak 18 daerah, sedangkan daerah yang salah diklasifikasikan (dari rendah menjadi tinggi) sebanyak 3 daerah, yaitu Kabupaten Temanggung, Kabupaten Pekalongan dan Kota Pekalongan dengan ketepatan klasifikasi sebesar 85,71 persen. Sementara itu daerah dengan status kesejahteraan tinggi berubah menjadi status kesejahteraan rendah sebanyak 5 daerah, yaitu Kabupaten Wonosobo, Kabupaten Boyolali, Kabupaten Kudus dan Kabupaten Jepara, Sementara daerah status kesejahteraan tinggi tetap berada di kategori status kesejahteraan tinggi sebanyak 9 daerah dengan persentase ketepatan sebesar 64,28 persen dan persentase ketepatan klasifikasi secara keseluruhan adalah sebesar 77,14 persen. Perbandingan antara model regresi Logistik dan model GWLRS dilakukan untuk mengetahui model mana yang lebih baik digunakan untuk kasus status kesejahteraan di Provinsi Jawa Tengah pada tahun 2012. Untuk mengetahui model mana yang paling baik dengan membandingkan nilai AIC kedua model tersebut. Model dengan nilai AIC terkecil merupakan model yang terbaik.

Tabel 3.21 *Perbandingan Kesesuaian Model*

Model	Devian	AIC
Model Regresi Logistik	34,735973	46,735973
Model GWLR	32,060458	46,894788
Model GWLRS	32,171309	46,11213

Tabel 3.21 menunjukkan bahwa nilai AIC model GWLRS lebih kecil daripada model regresi Logistik dan model GWLR. Jadi, dapat disimpulkan bahwa model GWLRS lebih baik digunakan untuk menganalisis data status kesejahteraan di Jawa Tengah pada tahun 2012 dibandingkan dengan model regresi Logistik dan model GWLR.

يَٰٓأَيُّهَا ٱلنَّاسُ إِنَّ وَعۡدَ ٱللَّهِ حَقّٞۖ فَلَا تَغُرَّنَّكُمُ ٱلۡحَيَوٰةُ ٱلدُّنۡيَاۖ وَلَا يَغُرَّنَّكُم بِٱللَّهِ
ٱلۡغَرُورُ ٥

Hai manusia, sesungguhnya janji Allah adalah benar, maka sekali-kali janganlah kehidupan dunia memperdayakan kamu dan sekali-kali janganlah syaitan yang pandai menipu, memperdayakan kamu tentang Allah. (QS: 35:5)

-oo0oo-

DAFTAR PUSTAKA

A. Colin Cameron and Pravin K. Trivedi. 1998. *Regression Analysis of Count Data*, Econometric Society Monograph No. 30, Cambridge University Press, 1998. ISBN: 0 521 63567 5.

Anselin, L. and Griffith, D. A. 1988. *Do Spatial Effecfs Really Matter in Regression Analysis*?. Papers in Regional Science, 65: 11–34. doi: 10.1111/j.1435-5597.1988.tb01155.x.

Agresti, A. 2013. *Categorical Data Analysis, Third Edition.* John Wiley & Sons: New York.

Agresti, A., Franklin, C. A., Klingenberg., B 2017. *Statistics: The Art and Science of Learning drom Data.* Pearson.

Atkinson, P. M., German, S. E., Sear, D. A. & Clark, M. J. 2003. *Exploring the Relations Between Riverbank Erosion and Geomorphological Controls Using Geographically Weighted* Logistic *Regression*. Geographical Analysis, 35, pp. 58-82.

Bailey, T. C. and Gatrell, A.C. 1995. In*teractive Spatial Data Analysis. Addison Wesley Longman*. Available at Ulrich's, Michigan Union, and Michigan Book and Supply.

Basilevsky, A. 1994. *Statistical Factor Analysis and Related Methods: Theory and Applications*. New York: John Wiley and Sons.

Budianto, Eko. 2010. *Sistem Informasi Geografis dengan Arc View GIS*. Yogyakarta: Andi Offset.

Caraka, R. E. 2016. Sebuah Kajian dan Studi Perhitungan Dana Pensiun di Indonesia. *Journal Badan Pendidikan dan Pelatihan Keuangan Kementerian Keuangan Republik Indonesi*a (BPPK). Vol. 9, No. 2. pp. 160-180.

Caraka, R. E., Sugiyarto, W., Erda, G., and Sadewo. E. 2016. Pengaruh Inflasi Terhadap Impor dan Ekspor di Provinsi Riau dan Kepulauan Riau Menggunakan Generalized Spatio Time Series. *Journal Badan Pendidikan dan Pelatihan Keuangan Kementerian Keuangan Republik Indonesia* (BPPK). Vol. 9, No. 2. pp. 180-198.

Cressie, N. A. C. 1993. *Statistics for Spatial Data*. Wiley Series in Probability and Statistics. ISBN: 9781119115151.

Daniel, W. W. 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan*. Alex Tri Kuncoro, penerjemah. Jakarta: PT Gramedia. Terjemahan dari Applied Nonparametric Statistics.

Desriwendi, Hoyyi., Wuryandari, T. 2015. Pemodelan *Geographically Weighted* Logistic *Regression* (GWLR) dengan Fungsi Pembobot Fixed Gaussian Kernel dan Adaptive Gaussian Kernel (Studi Kasus: Laju Pertumbuhan Penduduk Provinsi Jawa Tengah). *Jurnal Gaussian*, Vol. 4, No. 2, pp. 193-204 ISSN: 2339-2541.

Dewi, F.S., Yasin, H., Sugito. 2015. Pemodelan Status Kesejahteraan Daerah Kabupaten atau Kota di Jawa Tengah Menggunakan *Geographically Weighted* Logistic *Regression* Semiparametric. *Jurnal Gaussian.* Vol. 4, No. 1. pp: 43–52. ISSN: 2339-2541.

Fischer, M.M 2006. *Spatial Analysis and GeoComputation*. Berlin: Springer.

Fischer, M. M. & Nijkamp, P. 1993. *Design and Use of Geographic Information System and Spatial Models*. In: Fischer, M. M. & Nijkamp, P. (Eds.) Geographic Information Systems, Spatial Modeling, and Policy Evaluations. Berlin Heidelberg: SpringerVerlag.

Fotheringham, A.S. Brundson, C. dan Charlton, M. 2002. *Geographically Weighted Regression: Analysis of Spatially Varying Relationship.* John Wiley and Sons Ltd: England.

Fotheringham, S., & Rogerson, P. 1994. *Spatial Analysis and GIS*. In Spatial Analysis and GIS Taylor & Francis; Technical Issues in Geography Information Systems.

Griffith, D. A. 1998. *Econometrics Advances in Spatial Modelling and Methodology*. Springer Science. Kluwer Academic Publishers.

Goodchild, M. F., Anselin, L., Appelbaum, R. P. and Harthorn, B. H., 2000. *Toward Spatially Integrated Social Science*. International Regional Science Review, 23 (2), pp. 139-159.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., and Anderson, R. E. 2010. *Multivariate Data Analysis*. Seventh edition. New Jersey: Prentice Hall.

Haining, R. 1990. *Spatial Data Analysis in the Social and Environmental Sciences*, Cambridge.

Hosmer, D. W. and Lemeshow, S. 2000. *Applied Logistic Regression*. John Wiley & Sons: New York.

Irawati, B. Purhadi. 2012. Perbandingan Analisis *Generalized Poisson Regression* (GPR) dan Regresi Binomial Negatif untuk Mengatasi Overdispersi Studi Kasus: Pemodelan Jumlah Kasus Kanker Serviks di Jawa Timur. *Jurnal Matematika* Vol. 2 No. 2. pp. 13-24 ISSN: 1693-1394.

Isbiyantoro, K., Wiliandari, Y., Sugito. 2014. Perbandingan Model Pertumbuhan Ekonomi di Jawa Tengah dengan Metode Regresi Linier Berganda dan Metode *Geographically Weighted Regression*. *Jurnal Gaussian*. Vol. 3, No. 3 pp. 461–469. ISSN: 2339-2541.

Johnson, R. A. and Wichern, D. W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis.* Sixth edition. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Krugman, Paul. 1991a. *Geography and Trade*. Cambridge: MIT Press.

Krugman, P. R. (1991b): "Increasing Returns and Economic Geography," *Journal of Political Economy*, 99, 483-499.

Longley, P. A., Goodchild, M. F., Maguire, D., and Rhind, D.W., 1999, *Geographical Information Systems*, 2 Volume Set., New York: John Wiley & Sons.

Ma'sum. M. A., Suparti., Ispriyanti, D. 2013. Perbandingan Model Regresi Binomial Negatif dengan Model *Geographically Weighted* Poisson *Regression* (GWPR) (Studi Kasus: Angka Kematian Ibu di Provinsi Jawa Timur Tahun 2011). *Jurnal Gaussian*, Vol. 2, No. 3, pp. 259-267. ISSN: 2339-2541.

Mei C.L., He S. Y., Fang K.T. 2004. "A Note on The Mixed *Geographically Weighted Regression Model*", *Journal of Regional Science*, 44, 143-157.

Miller, H. J. 2004. 'Tobler's First Law and Spatial Analysis'. *Annals of the Association of America Geographers*, 94 (2), hal. 284-289.

Montgomery, D. C. 2017. *Introduction to Statistical Quality Control, Seventh Edition*. New York: John and Wiley Sons, Inc.

Mood, A. M., Graybil, F.A dan Boes, D. C. 1974. *Introduction to The Teory of Statistics. Third Edition.* Singapura: McGraw-Hill.

Openshaw, S and R. J. Abrahart. 2000. *Geocomputing*, London: Taylor and Francis.

Peters, G. W., Matsui, T. 2017. *Modern Methodology and Applications in Spatial-Temporal Modeling.*

Prasetyo, E. 2012. *Data Mining Konsep dan Aplikasi Menggunakan MATLAB*. Yogyakarta: ANDI.

Purhadi dan Yasin, H. 2012. *Mixed Geographically Weighted Regression Model Case Study: The Percentage of Poor Households In Mojokerto* 2008. *European Journal of* of Scientific Research.

Ripley, B. D. 1981. *Spatial Statistics*. John Wiley Sons, New York.

Sarwoko. 2005. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Yogyakarta: Andi.

Schmidt, V. 2013 *Stochastic Geometry, Spatial Statistics and Random Fields Models and Algorithms.* New York: Springer.

Simamora, B. 2005. *Analisis Multivatiat Pemasaran.* Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Upton, G., Fingleton, B. 1985. *Spatial Data Analysis by Example.* Vol, 1. New York: Wiley

Widarjono, A. 2010. *Analisis Statistika Multivariat Terapan*. Yogyakarta: Unit Penerbit dan Percetakan STIM YKPN.

Yasin,H. 2011. Pemilihan Variabel Pada Model *Geographically Weighted Regression*. Media Statistika, Vol. 4, No. 2, pp. 63-72.

-oo0oo-

GEOGRAPHICALLY WEIGHTED REGRESSION (GWR)

Sebuah Pendekatan Regresi Geografis

Di era yang semakin berkembang, banyak bidang ilmu seperti ekonomi, sosial, lingkungan, kesehatan, meteorologi, klimatologi, geologi dan lain sebagainya menggunakan data yang berkaitan dengan lokasi atau letak geografis suatu tempat. Data yang memuat informasi mengenai lokasi atau letak geografis suatu daerah dan diperoleh dari hasil pengukuran disebut data spasial.

Buku ini membahas lengkap mengenai metode statistika spasial dan penerapannya. Bab pertama membahas definisi statistika spasial, bab dua sampai dengan empat membahas Geographically Weighted Regression (GWR), Geograpichally Weighted Logistic Regression (GWLR), Geograpichally Weighted Logistic Regression Semiparametric (GWLRS), Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) dan bab lima membahas tentang aplikasi Open Geo Da Arc View GIS. Pada buku ini diberikan sejumlah panduan dalam menganalisis dan intepretasi dari metode tersebut khususnya pengoperasian dengan menggunakan software R, Arc View dan Open Geo Da. R merupakan Bahasa pemrograman untuk komputasi statistik dan grafis.

Rezzy Eko Caraka, menyelesaikan program sarjana di Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro (2015). Semasa kuliah S-1, ia menjadi asisten dosen di Jurusan Statistika FSM UNDIP, asisten peneliti di LPPM UNDIP, Adjunct Researcher and Teaching Assistant di The National University of Malaysia (UKM), University of Malaya (UM), The National University of Singapore (NUS). Aktif di Data Science Indonesia (DSI) pada divisi Research and development. Peneliti di Bioinformatics and Data Science Research Center (BDSRC) Bina Nusantara University. Ia pernah mendapat penghargaan best paper danbest presenter pada konferensi dan perlombaan karya tulis yang diselenggarakan tingkat Nasional maupun Internasional. Saat ini, ia sedang menyelesaikan program Master of Science by Research (MSc-RES) in Statistics dengan mengangkat tema tentang machine learning and data science. Pembaca bisa mengunjungi laman pribadi penulis di www.rezzyekocaraka.com.

Hasbi Yasin menyelesaikan program sarjana di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro (2005), program magister di Jurusan Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya (2009). Ia merupakan Staff pengajar di Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro dengan bidang keahlian statistika spasial, komputa sistatistika, neural network, dan data mining.

ISBN: 978-602-19479-7-5

9 786021 947975

MOBIUS