

SKRIPSI

TEORI IDEAL PADA SEMIRING

IDEAL THEORY OF THE SEMIRINGS



AISYAH NUR ADILLAH

24010121120008

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITS DIPONEGORO
SEMARANG**

2025

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

TEORI IDEAL PADA SEMIRING

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

AISYAH NUR ADILLAH

24010121120008

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

Pada tanggal 13 Maret 2025

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,

Penguji,



Dr. Dra. Titi Udjiani SRRM, M.Si.
NIP. 196402231991022001



Suryoto, S.Si., M.Si.
NIP. 196807141994031004

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika,

Pembimbing I/Penguji,



Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si.
NIP. 197410142000121001



Dr. Nikken Prima Puspita, S.Si., M.Sc.
NIP. 198604132009122007

ABSTRAK

TEORI IDEAL PADA SEMIRING

Oleh:

Aisyah Nur Adillah

24010121120008

Diberikan semiring $(S, +, \cdot)$. Himpunan tak kosong $I \subseteq S$ disebut ideal dari semiring S jika untuk setiap $a, b \in I$ dan $s \in S$, berlaku $a + b \in I$ dan $sa, as \in I$. Selanjutnya, terdapat kondisi khusus di mana untuk setiap $a, a + b \in I$, berakibat $b \in I$ sedemikian sehingga I disebut ideal subtraktif. Tugas akhir ini membahas syarat perlu dan syarat cukup ideal prima dan konsep ideal prima pada homomorfisma semiring. Selain itu, dibahas syarat perlu dan syarat cukup ideal prima lemah pada semiring beserta sifat-sifatnya. Terakhir, dibahas mengenai konsep ideal untuk semiring faktor. Dari penelitian yang telah dilakukan, diperoleh bahwa setiap ideal prima merupakan ideal prima lemah. Akan tetapi, konversnya belum tentu berlaku. Selanjutnya, jika didefinisikan fungsi $f: S_1 \rightarrow S_2$ homomorfisma semiring dan himpunan J adalah ideal prima dari S_2 , maka prapeta f dari J adalah ideal prima dari S_1 . Selain itu, diperoleh keterkaitan konsep keprimaan antara ideal prima pada semiring dan semiring faktor S/I .

Kata kunci: Semiring, ideal subtraktif, ideal prima, ideal prima lemah, semiring faktor

ABSTRACT

IDEAL THEORY OF THE SEMIRINGS

By:

Aisyah Nur Adillah

24010121120008

Given a semiring $(S, +, \cdot)$. A non empty set $I \subseteq S$ is called an ideal of semiring S if for any $a, b \in I$ and $s \in S$, satisfies $a + b \in I$ and $sa = as \in I$. Furthermore, there is a special condition, that is for any $a, a + b \in I$, satisfy $b \in I$ such that I is called a subtractive ideal. This final project discusses the necessary and sufficient conditions for the prime and weakly prime ideals and some concepts of prime ideals on the homomorphism semiring. In addition, the properties of weakly prime ideals were explained. Finally, the concept of ideals for the quotient semiring was discussed. We have that every prime ideal is a weakly prime, but the converse is not necessarily true. If the function $f : S_1 \rightarrow S_2$ is a homomorphism semiring and J is a prime ideal of S_2 , then the pre-image of J is a prime ideal of S_1 . In addition, the relation of the concept of prime between a semiring S and a quotient semiring S/I was obtained.

Keywords: Semiring, subtractive ideal, prime ideal, weakly prime ideal, quotient semiring.