

**TUGAS AKHIR**

**PELABELAN-K TAK REGULER SISI REFLEKSIF PADA BEBERAPA  
KELAS GRAF**

**EDGE IRREGULAR REFLEXIVE K-LABELING ON SOME CLASS OF  
GRAPH**



**RANDELNOKOSA**

**2401019130049**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG**

**2024**

## HALAMAN PENGESAHAN

### PELABELAN-K TAK REGULER SISI REFLEKSIF PADA BEBERAPA KELAS GRAF

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

RANDELNOKOSA

24010119130049

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji pada tanggal 25 Juni 2024

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji



Dr. Drs. Kartono, M.Si.

NIP. 196308251990031003

Penguji



Drs. YD. Sumanto, M.Si.

NIP. 196409181993031002

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika,



Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si.

NIP. 197410142000121001

Pembimbing I/Penguji



Dr. Lucia Ratnasari, S.Si., M.Sc.

NIP. 197106271998022001

## ABSTRAK

### PELABELAN-K TAK REGULER SISI REFLEKSIF PADA BEBERAPA KELAS GRAF

oleh

Randelnokosa

24010119130049

Diberikan graf  $G$  dengan himpunan titik  $V(G)$  dan himpunan sisi  $E(G)$  dengan pelabelan sisi  $\varphi_e : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k_e\}$  dan pelabelan titik  $\varphi_v : V(G) \rightarrow \{0, 2, 4, \dots, 2k_v\}$ . Pelabelan tersebut disebut pelabelan tak reguler sisi refleksif pada graf  $G$ , jika untuk setiap sisi memiliki bobot sisi yang berbeda. Bobot sisi  $xy$  didefinisikan sebagai jumlahan label titik  $x$ , label titik  $y$ , dan label sisi  $xy$ . Nilai terkecil dari  $k$  yang memenuhi pelabelan tersebut berada disebut kekuatan sisi refleksif dari  $G$  dan dinotasikan sebagai  $res(G)$ . Tugas Akhir ini mengkaji pengkonstruksian pelabelan tak reguler sisi refleksif pada lima jenis graf sederhana, yaitu graf siklus, graf hasil produk kartesian antar siklus, graf *wheel*, dan graf penjumlahan lintasan dan siklus dengan dua graf lengkap berderajat satu. Hasil dari pengkajian adalah terdapat pelabelan tak reguler sisi refleksif pada graf yang dibahas dan dengan  $n$  adalah banyak sisi pada graf, diperoleh bobot sisi refleksif dari graf siklus adalah  $\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$  untuk  $n \not\equiv 2, 3 \pmod{6}$  dan  $\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil + 1$  untuk  $n \equiv 2, 3 \pmod{6}$ ; graf hasil produk kartesian antar siklus adalah  $2n$ ; graf *wheel* adalah 4 untuk  $n = 3$ ,  $\left\lceil \frac{2n}{3} \right\rceil$  untuk  $n \equiv 0, 2 \pmod{3}$  dan  $n \geq 5$ ,  $\left\lceil \frac{2n}{3} \right\rceil + 1$  untuk  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ; graf penjumlahan lintasan dan graf lengkap adalah 3 untuk  $n = 2$ ,  $n+1$  untuk  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$ ,  $n$  untuk  $n$  genap dan  $n \geq 4$ ; graf penjumlahan siklus dan graf lengkap adalah 5 untuk  $n = 4$ ,  $n+1$  untuk  $n$  ganjil,  $n$  untuk  $n$  genap.

Kata kunci: Pelabelan- $k$  tak reguler sisi refleksif, kekuatan sisi refleksif, graf siklus, graf hasil produk kartesian, graf *wheel*, graf penjumlahan.

Pembimbing I,

  
Dr. Lucia Ratnasari, S.Si., M.Sc.  
NIP. 197106271998022001

Pembimbing II,

  
Dr. Drs. Kartono, M.Si.  
NIP. 196308251990031003

**ABSTRACT**  
**EDGE IRREGULAR REFLEXIVE K-LABELING ON SOME CLASS OF**  
**GRAPH**

by  
Randelnokosa  
24010119130049

Given graph  $G$  with a set of vertices  $V(G)$  and a set of edges  $E(G)$  with an edge labelling  $\varphi_e : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k_e\}$  and a vertex labelling  $\varphi_v : V(G) \rightarrow \{0, 2, 4, \dots, 2k_v\}$ . This labeling is called edge irregular reflexive labeling such that for every edge of  $G$  has distinct weight. The minimum  $k$  for which the graph  $G$  has an edge irregular reflexive  $k$ -labeling is called the reflexive edge strength of  $G$  denoted by  $res(G)$ . This final assignment aims to study about edge irregular reflexive labeling for five different types of simple graph, which is cycle graph, Cartesian product of between two cycle graph, wheel graph, and join graph of path and cycle graph with two complete graph with one degree. Results of the study stated that there exist such irregular reflexive labeling within the discussed graph and with  $n$  is the amount of edge that exist within a graph, we obtain reflexive edge strength of cycle graph is  $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$  if  $n \not\equiv 2, 3 \pmod{6}$  and  $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor + 1$  if  $n \equiv 2, 3 \pmod{6}$ ; for Cartesian product of between cycle graph is  $2n$ ; for wheel graph is 4 if  $n = 3$ ,  $\left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor$  if  $n \equiv 0, 2 \pmod{3}$  and  $n \geq 5$ ,  $\left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor + 1$  if  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ; for join graph of path and complete graph is 3 if  $n = 2$ ,  $n+1$  if  $n$  is odd and  $n \geq 3$ ,  $n$  if  $n$  is even and  $n \geq 4$ ; for join graph of cycle graph and complete graph is 5 for  $n = 4$ ,  $n+1$  if  $n$  is odd,  $n$  if  $n$  is even.

Key words: Edge irregular reflexive  $k$ -labeling, reflexive edge strength, cycle graph, Cartesian product of graph, wheel graph, join of graph.

Pembimbing I,



Dr. Lucia Ramasari, S.Si., M.Sc.

NIP. 197106271998022001

Pembimbing II,



Dr. Drs. Kartono, M.Si.

NIP. 196308251990031003