

**SKRIPSI**

**RING  $f$ -BERSIH**

***f*-CLEAN RINGS**



**ARZETTA ZAHIRA DARMANTO PUTRI**

**24010120130052**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA**

**UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**SEMARANG**

**2024**

**SKRIPSI**

**RING  $f$ -BERSIH**

***f*-CLEAN RINGS**

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana  
Matematika (S.Mat)



**ARZETTA ZAHIRA DARMANTO PUTRI**

24010120130052

**DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA  
UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**SEMARANG**

**2024**

**HALAMAN PENGESAHAN**

**SKRIPSI**

**Ring f-Bersih**

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

**Arzetta Zahira Darmanto Putri**

**24010120130052**

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji pada tanggal 7 Maret 2024

**Susunan Tim Penguji**

**Pembimbing II/Penguji,**

**Penguji,**



**Dr. Nikken Prima Puspita, S.Si., M.Sc.**  
**NIP. 198604132009122007**



**Suryoto, S.Si., M.Si.**  
**NIP. 196807141994031004**

**Mengetahui,**

**Pembimbing I/Penguji,**

**Ketua Departemen Matematika,**



**Dr. Susilo Haryanto, S.Si., M.Si.**  
**NIP. 197410142000121001**



**YD. Sumanto, S.Si, M.Si.**  
**NIP. 196402231991022001**

## ABSTRAK

Oleh:

Arzetta Zahira Darmanto Putri

24010120130052

Diberikan ring dengan elemen satuan  $(R, +, \cdot)$ . Dalam suatu ring terdapat beberapa elemen khusus, diantaranya elemen idempoten dan elemen penuh. Suatu elemen  $e$  di ring  $(R, +, \cdot)$  disebut elemen idempoten jika berlaku  $e^2 = e$ . Suatu elemen  $x$  di ring  $(R, +, \cdot)$  dikatakan penuh jika terdapat  $s, t \in R$  sedemikian hingga  $sxt = 1$ . Ring  $R$  disebut ring bersih jika setiap elemennya dapat dinyatakan sebagai jumlahan elemen unit dan elemen idempoten. Oleh karena setiap elemen unit merupakan elemen penuh, dalam Tugas Akhir ini dibahas mengenai perumuman dari ring bersih, yaitu ring  $f$ -bersih. Ring  $f$ -bersih merupakan ring yang setiap elemennya dapat dinyatakan sebagai jumlahan elemen idempoten dan elemen penuh. Kemudian, dibahas mengenai sifat-sifat yang berlaku di ring bersih juga berlaku di ring  $f$ -bersih.

**Kata kunci:** elemen unit, elemen idempoten, elemen penuh, ring bersih, ring  $f$ -bersih.

## ABSTRACT

By:

Arzetta Zahira Darmanto Putri

24010120130052

Let  $(R, +, \cdot)$  be a ring with unity. In rings theory, there are several special elements, including idempotent elements and full elements. An element  $e$  in ring  $(R, +, \cdot)$  is said to be idempotent if  $e^2 = e$ . An element  $x$  in ring  $(R, +, \cdot)$  is said to be a full element if there exist  $s, t \in R$  such that  $sxt = 1$ . Ring  $R$  is said to be a clean ring if every elements can be written as the sum of a unit and an idempotent element. Since every unit element is a full element, this undergraduate thesis discusses the generalization of clean ring, namely  $f$ -clean. An  $f$ -clean ring is a ring that every elements can be written as the sum of an idempotent and a full element. Moreover we are discusses some properties of clean rings which also exist on  $f$ -clean rings.

**Keyword:** unit elements, idempotent elements, full elements, clean ring,  $f$ -clean ring.