

Kestabilan Model Susceptible Vaccinated Infected Recovered (SVIR) pada Penyebaran Penyakit Campak (Measles) (Studi Kasus di Kota Semarang)

by Sunarsih Sunarsih

Submission date: 15-May-2020 12:21PM (UTC+0700)

Submission ID: 1324753886

File name: Artikel_C20.pdf (293.06K)

Word count: 1720

Character count: 10208

K ESTABILAN MODEL *SUSCEPTIBLE VACCINATED INFECTED RECOVERED*
(SVIR) PADA PENYEBARAN PENYAKIT
CAMP AK (MEASLES)
(Studi Kasus di Kota Semarang)

Melita Haryati¹, Kartono², Sunarsih³
^{1,2,3}Jurusan Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Semarang 50275

Abstract. Measles is the disease that caused by paramixovirus that infected to the humans by direct contact with infected person. Measles in Semarang was still as endemic disease. The aim of this study is analyze the SVIR (*Susceptible Vaccinated Invected Recovered*) model of the spread of Measles. This model is a system of nonlinear differential equation which solved by numerical solution with Euler's method. The study use the data from Semarang Health Department, from the SVIR model generated a disease free equilibrium. If the vaccination rate is increasing, so susceptible people will be decreased and increasing the recovered people. Based on the result of analysis SVIR model in the strategy to control the spread of Measles can be done by developing the program of Measles' vaccination.

Keywords: SVIR Model, Measles, Euler's Method

1. PENDAHULUAN

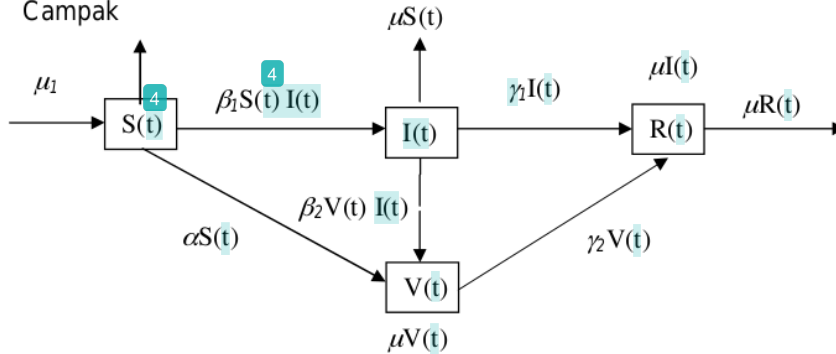
Penyakit Campak adalah penyakit yang terjadi akibat dari infeksi, keberadaan, dan pertumbuhan virus pada organisme *host* individu. Campak memiliki daya penularan tinggi, yang ditandai dengan demam, korusa, konjungtivitis, batuk disertai ruam *makulopapular* menyeluruh. Komplikasi Campak cukup serius seperti diare, pneumonia (radang paru-paru), otitis media, eksaserbasi, dan kematian [1]. Hingga tahun 2013 masih terjadi Kejadian Luar Biasa (KLB) penyakit Campak di kota Semarang. Bentuk model matematika yang digunakan dalam melihat tingkat penyebaran suatu penyakit menular disebut pemodelan epidemi. [2] Perlu adanya pengkonstrusian model penyebaran penyakit Campak sebagai dasar untuk menganalisis fenomena tersebut. Secara umum, model epidemik yaitu *susceptible* (S), *infected* (I), dan *recovered* (R) atau SIR, dimana *susceptible* (S) sebagai sub kelas populasi yang rentan terinfeksi, *infected* (I) sebagai sub kelas populasi yang terinfeksi, dan *recovered* (R) sebagai sub kelas yang telah sembuh. Penambahan

klas *vaccinated* ke dalam model dasar SIR yaitu sebagai salah satu strategi penanggulangan penyebaran penyakit Campak sehingga model SIR menjadi SVIR. Model matematika yang dibahas didasari oleh Xianning Liu, Yasuhiro Takeuchi, Shingo Iwami [3].

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

Fenomena penyebaran penyakit Campak dapat digambarkan dalam suatu diagram transfer dinamik yang menjadi acuan dalam pengembangan model SVIR.

a. Model Penyebaran Penyakit Campak



Gambar 2.1 Transfer Dinamik antar Kelas pada Model SVIR

Parameter-parameter yang digunakan antara lain μ yaitu konstanta laju kematian alami, μ_1 yaitu konstanta laju kelahiran, α yaitu konstanta laju dimana individu *suspect* yang sudah divaksinasi Campak (masuk klas *vaccinated*), β_1 yaitu tingkat transmisi penyakit Campak ketika individu *susceptible* kontak dengan individu yang terinfeksi (*infected*). Berdasarkan jurnal yang ditulis oleh Teri Johnson, 2009 menerangkan tingkat transmisi penyakit dapat diperoleh dari persamaan [4]. β_2 yaitu tingkat transmisi penyakit Campak ketika individu *vaccinated* kontak dengan individu yang terinfeksi (*infected*). γ_1 yaitu konstanta laju kesembuhan penyakit Campak dari klas *infected*. γ_2 yaitu konstanta laju kesembuhan alami.

Asumsi-asumsi yang digunakan yaitu populasi konstan, tidak ada proses migrasi, pada usia vaksin (1-14 tahun) mendapat vaksinasi (imunisasi) Campak, pada setiap klas (kelompok) memungkinkan terjadinya kematian alami, penularan penyakit Campak melalui kontak langsung dengan penderita, setiap individu yang sembuh dari Campak mempunyai kekebalan permanen, umur, jenis kelamin, status sosial, dan ras tidak mempengaruhi kemungkinan terinfeksi.

Untuk menyatakan jumlah individu dalam klas S , V , I , dan R pada waktu t

adalah $S(t)$, $V(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$ dan $N(t) = S(t) + V(t) + I(t) + R(t)$. Diasumsikan total populasi manusia N konstan, sehingga proporsi dari total populasi manusia adalah $s(t)$. Jadi dapat dituliskan $s(t) + v(t) + i(t) + r(t) = 1$ dengan

dan nilai dari μ_1 , μ , α , β_1 , β_2 , γ_1 , γ_2 adalah positif.

[5] Sehingga diperoleh sistem persamaan diferensial nonlinier orde satu yang menggambarkan penyebaran penyakit Campak yang terjadi pada populasi manusia dengan proses perpindahan antar klas *susceptible* (S), *vaccinated* (V), *infected* (I), dan *recovered* (R), yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \mu_1 - \beta_1 S I - \alpha S V - \mu S \\ \dot{V} &= \alpha S V - \beta_2 V I - \mu V \\ \dot{I} &= \beta_1 S I + \beta_2 V I - \gamma_1 I - \mu I \\ \dot{R} &= \gamma_1 I + \gamma_2 V - \mu R \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan kondisi awal: $S(0) = s_0$, $V(0) = v_0$, $I(0) = i_0$, dan $R(0) = r_0$

- Keterangan:
- : laju perubahan proporsi jumlah individu pada klas *susceptible* (rentan terkena penyakit Campak)
 - : laju perubahan proporsi jumlah individu pada klas *vaccinated* (yang sudah diberikan vaksin Campak)

Dengan parameter yang telah diperoleh sehingga sistem dapat dicari solusi numeriknya dengan metode Euler [6].

Substitusi parameter-parameter yang ada μ α β γ sehingga persamaan diferensial menjadi

$$\begin{aligned} - & \frac{dS}{dt} = \mu - \beta \frac{SI}{N} - \alpha S \\ - & \frac{dV}{dt} = \alpha S - \beta \frac{VI}{N} \\ - & \frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \beta \frac{VI}{N} - \gamma I \\ - & \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{aligned}$$

batas interval : $t \in [0, T]$ syarat awal:

$$S(0) = S_0, V(0) = V_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0$$

dimana S_0, V_0, I_0, R_0 Disini terlihat bahwa batas awal interval, $t=0$ dan batas akhir $t=T$

Dalam metode Euler, pertama kali yang harus dilakukan adalah menghitung $step-size(h)$ [2], dengan cara

$$h = \frac{T - t_0}{N}$$

kemudian menentukan posisi titik-titik berdasarkan rumus

$$t_n = t_0 + n \cdot h$$

Selanjutnya, menetapkan t_n yang diambil dari syarat awal t_0 sehingga dapat ditulis dengan

$$t_n = t_0 + n \cdot h$$

Dengan demikian persamaan Euler dapat dinyatakan sebagai berikut

a) Kelas *Susceptible*

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + h \left(\mu - \beta \frac{S_n I_n}{N} - \alpha S_n \right) \\ V_{n+1} &= V_n + h \left(\alpha S_n - \beta \frac{V_n I_n}{N} \right) \\ I_{n+1} &= I_n + h \left(\beta \frac{S_n I_n}{N} - \beta \frac{V_n I_n}{N} - \gamma I_n \right) \\ R_{n+1} &= R_n + h \left(\gamma I_n \right) \end{aligned}$$

b) Kelas *Vaccinated*

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + h \left(\mu - \beta \frac{S_n I_n}{N} - \alpha S_n \right) \\ V_{n+1} &= V_n + h \left(\alpha S_n - \beta \frac{V_n I_n}{N} \right) \\ I_{n+1} &= I_n + h \left(\beta \frac{S_n I_n}{N} - \beta \frac{V_n I_n}{N} - \gamma I_n \right) \\ R_{n+1} &= R_n + h \left(\gamma I_n \right) \end{aligned}$$

c) Kelas *Infected*

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + h \left(\mu - \beta \frac{S_n I_n}{N} - \alpha S_n \right) \\ V_{n+1} &= V_n + h \left(\alpha S_n - \beta \frac{V_n I_n}{N} \right) \\ I_{n+1} &= I_n + h \left(\beta \frac{S_n I_n}{N} - \beta \frac{V_n I_n}{N} - \gamma I_n \right) \\ R_{n+1} &= R_n + h \left(\gamma I_n \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + h \left(\mu - \beta \frac{S_n I_n}{N} - \alpha S_n \right) \\ V_{n+1} &= V_n + h \left(\alpha S_n - \beta \frac{V_n I_n}{N} \right) \\ I_{n+1} &= I_n + h \left(\beta \frac{S_n I_n}{N} - \beta \frac{V_n I_n}{N} - \gamma I_n \right) \\ R_{n+1} &= R_n + h \left(\gamma I_n \right) \end{aligned}$$

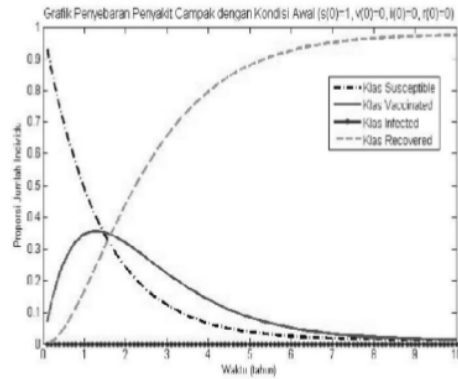
d) Kelas *Recovered*

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + h \left(\mu - \beta \frac{S_n I_n}{N} - \alpha S_n \right) \\ V_{n+1} &= V_n + h \left(\alpha S_n - \beta \frac{V_n I_n}{N} \right) \\ I_{n+1} &= I_n + h \left(\beta \frac{S_n I_n}{N} - \beta \frac{V_n I_n}{N} - \gamma I_n \right) \\ R_{n+1} &= R_n + h \left(\gamma I_n \right) \end{aligned}$$

dimana S_n, V_n, I_n, R_n karena S_n, V_n, I_n, R_n maka S_n, V_n, I_n, R_n

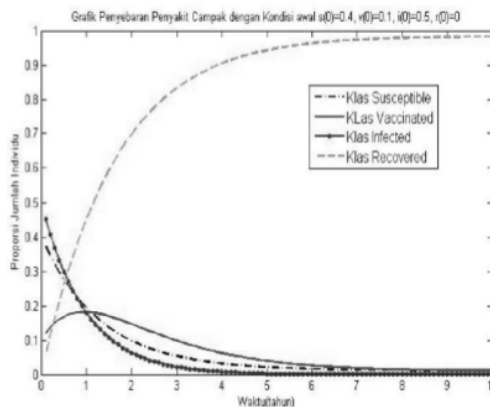
Perhitungan (iterasi) dilakukan berulang-ulang sebanyak N kali.

Dari perhitungan tersebut dapat disajikan hasilnya dalam bentuk grafik berikut



Gambar 2.2 Grafik Model SVIR pada Kondisi Awal Bebas Penyakit Campak

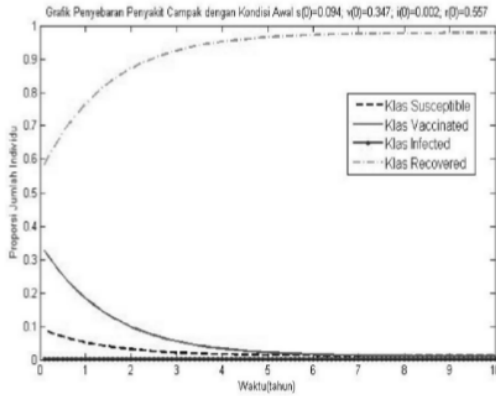
Gambar 2.2 menunjukkan perilaku penyebaran penyakit Campak setiap klas kondisi awal bebas penyakit, terlihat bahwa tidak ada orang yang terinfeksi.



Gambar 2.3 Grafik Model SVIR pada Kondisi Awal Endemik

Penyebaran Penyakit Campak Gambar 2.3 menunjukkan perilaku penyebaran penyakit Campak pada kondisi awal

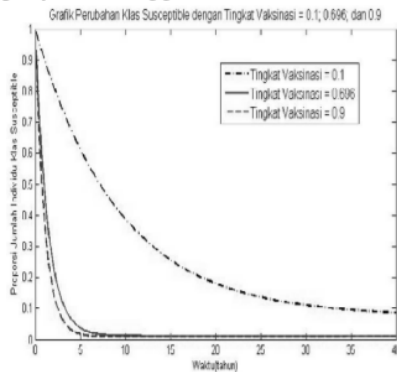
endemik dengan jumlah penderita yang cukup tinggi.



Gambar 2.4 Grafik Model SVIR pada Penyebaran Penyakit Campak, Kondisi Awal Endemik

Gambar 2.4 menunjukkan perilaku penyebaran penyakit Campak pada kondisi awal endemik dengan jumlah penderita yang sedikit.

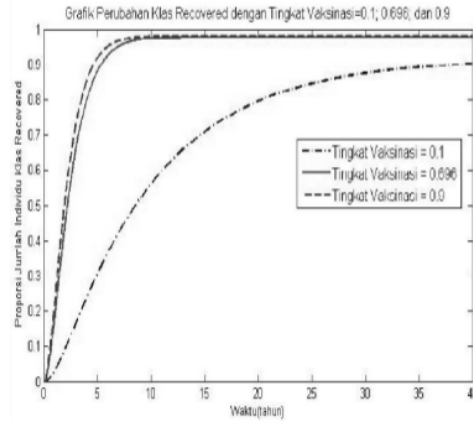
a. Perubahan klas *Susceptible* dengan perbedaan tingkat vaksinasi ($\alpha = 0.1$; 0.696; dan 0.9), pada syarat awal bebas penyakit menggunakan metode Euler,



Gambar 2.5 Grafik Perubahan Klas *Susceptible*, dengan Tingkat vaksinasi ($\alpha = 0.1$; 0.696; dan 0.9), Syarat Awal:

Gambar 2.5 menunjukkan bahwa semakin tinggi tingkat vaksinasi, maka semakin rendah jumlah individu *suspect*nya.

b. Perubahan klas *Recovered* dengan perbedaan tingkat vaksinasi ($\alpha = 0.1$; 0.696; dan 0.9), pada syarat awal bebas penyakit menggunakan metode Euler



Gambar 2.6 Grafik Perubahan Klas *Recovered*, dengan Tingkat Vaksinasi ($\alpha = 0.1$; 0.696; dan 0.9), Syarat Awal:

Gambar 2.6 menunjukkan bahwa semakin tinggi tingkat vaksinasi, maka semakin tinggi jumlah individu yang sembuh.

3. PENUTUP

Model SVIR memiliki titik kesetimbangan bebas penyakit Campak pada

dan persamaan *basic reproduction number* yaitu

Titik kesetimbangan yaitu pada

Solusi ini dapat dijadikan acuan menganalisis penyebaran penyakit campak. Berdasarkan hasil yang didapat, jika tingkat imunisasi (vaksinasi) semakin tinggi, maka jumlah individu *suspect* menurun dan meningkatkan jumlah individu yang sembuh (*recovered*).

4. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Perry, Robert T dan Neal A Halsey, (2004), *The Clinical Significance of Measles: A Review*. Oxfordjournals.
- [2] Soedjiono, B., (1995), *Pengantar Model Matematika*. Yogyakarta : FMIPA UGM
- [3] Liu, Xianning; Yasuhiro Takeuchi; Shingo Iwami, (2007), *SVIR Epidemic Models with Vaccination Strategies*. Science Direct.
- [4] Johnson, Teri, (2009), *Mathematical Modeling of Diseases : SIR Model*, University of Minnesota, Morris.
- [5] Campbell, S. L. and Haberman, R. 2008. *Introduction to Differential Equations with Dynamical Systems*. New Jersey: Princeton University Press.
- [6] Triatmodjo, B., (2002), *Metode Numerik*. Yogyakarta: FT UGM.

Kestabilan Model Susceptible Vaccinated Infected Recovered (SVIR) pada Penyebaran Penyakit Campak (Measles) (Studi Kasus di Kota Semarang)

ORIGINALITY REPORT

14%

SIMILARITY INDEX

10%

INTERNET SOURCES

3%

PUBLICATIONS

8%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	pemodelanmatematikauin.files.wordpress.com Internet Source	3%
2	id.scribd.com Internet Source	2%
3	eprints.unm.ac.id Internet Source	2%
4	Shanshan Chen, Michael Small, Xinchu Fu. "Global stability of epidemic models with imperfect vaccination and quarantine on scale-free networks", IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2019 Publication	2%
5	Submitted to Catholic University of Parahyangan Student Paper	2%
6	www.coursehero.com Internet Source	1%

7

docplayer.info

Internet Source

1%

8

pt.scribd.com

Internet Source

1%

9

jmua.fmipa.unand.ac.id

Internet Source

1%

10

Submitted to Universitas Negeri Surabaya The
State University of Surabaya

Student Paper

<1%

Exclude quotes Off

Exclude matches Off

Exclude bibliography Off