ISSN: 1410-8518

# JURNAL MATEMATIKA

Vol. 12 No. 1, April 2009

Jurusan Matematika FMIPA

Universitas Diponegoro Semarang



| Jurnal Matematika | Vol. 12 | No. 1 | Halaman 1-60 | Semarang April 2009 | ISSN 1410-8518 |
|---|---|---|---|---|---|

ISSN: 1410-8518

# JURNAL MATEMATIKA

Vol. 12 No. 1, April 2009



JURNAL MATEMATIKA terbit tiga kali setahun (April, Agustus, Desember), menerima artikel ilmiah dalam bidang matematika, statistika, dan ilmu komputer. Terbit sejak tahun 1998 dengan nama JURNAL MATEMATIKA DAN KOMPUTER dengan warna dasar sampul kuning dan warna tulisan hitam. Mulai tahun 2005 nama jurnal berubah menjadi JURNAL MATEMATIKA dengan warna dasar sampul kuning gading dan warna tulisan merah maron.

Alamat Penerbit
Jurusan Matematika Lt. 2 FMIPA Universitas Diponegoro Semarang
Jl. Prof. Soedarto, SH Tembalang Semarang 1269
Telp (024) 70789493, Fax (024) 76480922
E-mail: jurnalmath@undip.ac.id

# JURNAL MATEMATIKA

ISSN: 1410-8518

Vol. 12 No. 1, April 2009


## DAFTAR ISI


1. **Dwi Suci Maharani dan Suryoto,** Nilai dan Vektor Eigen Matriks Interval atas Aljabar Max-Plus — 1
2. **Amir Kamal Amir,** Menentukan Deviasi dari Himpunan Terurut Parsial — 11
3. **Gina Nurnaeni dan Sunarsih,** Penerapan Matematika pada Sistem Pembayaran Diskret dan Kontinu Asuransi Kematian — 16
4. **Susilo Hariyanto,** Solusi Sistem Kontrol Abstrak Degenerate dengan Kendali Umpan Balik — 24
5. **Rosiana Eko N. dan Tatik Widiharih,** Analisis Penyaluran Raskin di Kota Semarang — 30
6. **Marwan,** Modifikasi Model Penjalaran Gelombang Multi Arah — 37
7. **Sutrisno dan Widowati,** Desain Kontrol Vibrasi Semi Aktif Reaksi Fixed Point Menggunakan Pengontrol $H_\infty$ — 45
8. **L. H. Wiryanto,** A Numerical Solution of Surface of Wave in Porous Media — 56

# PENERAPAN MATEMATIKA PADA SISTEM PEMBAYARAN DISKRET DAN KONTINU ASURANSI KEMATIAN

Gina Nurnaeni[1] dan Sunarsih[2]
[1, 2]Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA UNDIP
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H, Semarang, 50275

**Abstract.** As guarantee in a life insurance is which caused by death. The death results loss of income of someone or the family. With the result that, a life insurance provides a payment of specified amount upon the death of a given life. There are two systems in this payment, that the insurance payable at the moment of death (continuing insurance) and the insurance payable at the end of the year of death (discrete insurance). If life table are uniformly distributed, so there is a relationship that an immediate payment is equivalent on the average to a payment of $(1+i)^{\frac{1}{2}}$ at the end of the year of death.

**Keywords:** life insurance, discrete and continuing insurance payment systems

## 1. PENDAHULUAN

Pada umumnya masa depan manusia tidaklah pasti karena tidak seorangpun mengetahui kemungkinan-kemungkinan yang akan terjadi atas hidup manusia. Akan tetapi, manusia harus selalu berusaha sebaik-baiknya untuk menghadapi ketidakpastian tersebut serta berusaha untuk memperkecil akibat buruk dari ketidakpastian itu. Musibah berupa kecelakaan ataupun sakit tidak dapat diperkirakan kapan munculnya begitu juga dengan kematian.

Pada tingkat kematian sesaat sistem pembayaran santunan dilakukan dengan sistem pembayaran diskret, sedangkan untuk pemba-yaran yang dilakukan pada saat kematian terjadi dilakukan dengan sistem pembayaran kontinu.

Setiap orang pasti menginginkan kehidupan yang terjamin. Demikian juga seorang kepala keluarga tentunya ingin menjamin kesejahteraan keluarganya. Cara yang lazim digunakan adalah menyimpan secara teratur sebagian tertentu dari penghasilan setiap bulan sebagai investasi yang akan digunakan untuk menjamin kesejahteraan keluarganya. Penyim-panan dapat dilakukan pada bank maupun pada perusahaan asuransi.

Perusahaan asuransi tersebut dapat berupa asuransi jiwa. Di Indonesia, ada dua kategori dalam asuransi jiwa. Yang pertama adalah asuransi jiwa individu dan yang kedua adalah asuransi jiwa kumpulan. Perbedaan yang mendasar dari kedua kategori ini adalah, asuransi individu biasanya ditawarkan bagi individu atau keluarga yang beranggotakan maksimal lima individu, yaitu ayah, ibu, dan tiga orang anak. Premi yang dikeluarkan biasanya relatif lebih tinggi daripada asuransi kumpulan. Pada asuransi kumpulan, jumlah individu yang ikut lebih banyak dan biasanya premi yang dibayarkan lebih ringan. Biasanya, asuransi kategori kumpulan ini banyak digunakan oleh perusahaan untuk para karyawannya. Namun dalam penulisan ini, yang akan dibahas hanyalah asuransi jiwa perorangan. Dalam asuransi jiwa, orang yang telah membayar premi, maka orang tersebut ikut asuransi dan bila terjadi kematian akan mendapat santunan.

## 2. ASURANSI JIWA

Pada hakekatnya, asuransi jiwa merupakan suatu bentuk kerjasama antara orang-orang yang ingin menghindarkan atau minimal mengurangi risiko yang diakibatkan oleh :

1. Risiko kematian, kematian menyebabkan penghasilan lenyap dan mengakibatkan kesulitan ekonomi bagi keluarga/tanggungan yang ditinggalkan.
2. Risiko hari tua, hari tua menyebabkan kekurangmampuan untuk memperoleh penghasilan dan mengakibatkan kesulitan ekonomi bagi diri sendiri dan keluarga/tanggungan.
3. Risiko kecelakaan, kecelakaan menyebabkan kematian atau ketidakmampuan seseorang. [4].

Kerjasama antara orang-orang yang ingin menghindarkan atau minimal mengurangi resiko dikoordinir oleh perusahaan asuransi jiwa yang bekerja atas dasar hukum bilangan besar (*the law of large numbers*). Prinsip kerjasama ini yang menjadi dasar bagi perusahaan asuransi jiwa untuk menyebarkan risiko kepada orang-orang yang mau bekerjasama. Penyebaran risiko dilakukan dengan memungut iuran (premi) dari orang banyak dalam jumlah yang kecil sehingga dalam jangka waktu yang relatif panjang terhimpun dana besar. Dari dana itulah diambil sejumlah uang untuk diberikan sebagai santunan (*benefit*) kepada orang yang terkena risiko kematian, hari tua dan kecelakaan [4].

Besarnya santunan asuransi (*claim*) tergantung atas premi, sedangkan besarnya tergantung atas tiga hal : peluang meninggal, tingkat bunga, dan biaya. Peluang meninggal tergantung atas umur, jenis kelamin, dan pekerjaan. Dana yang terkumpul pada perusahaan asuransi akan diinvestasikan dengan tingkat bunga tertentu dan sebagian dari tersebut seharusnyalah menjadi milik Pemegang Polis. Perusahaan asuransi tidak dapat bekerja tanpa biaya, biaya pegawainya untuk mengeluarkan polis, mengadministrasikan polis dan membayar santunan, pajak, komisi dan sebagainya [5].

***Tabel Mortalitas***

Perusahaan asuransi jiwa mendasarkan semua perhitungan preminya, jumlah asuransinya, dan sebagainya atas tabel Mortalitas. Tabel itu berisi peluang seorang meninggal menurut umurnya dari kelompok orang yang diasuransikan. Tabel tersebut menggambarkan peluang meninggal sesungguhnya dari kelompok orang yang diasuransikan [5]. Banyak orang yang tepat berusia $x$ dinyatakan dalam simbol $l_x$. Sedangkan jumlah orang yang meninggal dari $l_x$ orang sebelum mencapai usia $x+1$ dinyatakan dengan simbol $d_x$,

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

Untuk peluang seseorang yang berusia $x$ akan meninggal sebelum mencapai usia $x+1$, atau peluang seseorang yang berusia $x$ meninggal antara usia $x$ dan $x+1$ tahun dinyatakan dengan simbol $q_x$,

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

Tabel mortalitas yang digunakan untuk mengetahui besarnya santunan kemungkinan timbulnya kerugian yang dikarenakan kematian, serta meramalkan berapa lama batas waktu (umur) rata-rata seseorang dapat hidup. Sehingga perhitungan yang menggunakan hubungan antara umur dan waktu berguna dalam menentukan peluang hidup-mati.

1. Peluang Hidup

   ${}_n p_x$ merupakan peluang seseorang berusia $x$ akan hidup (paling sedikit) $n$ tahun.

$$ {}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

2. Peluang Mati

   ${}_n q_x$ merupakan peluang seseorang berusia $x$ akan meninggal dalam $n$ tahun, atau sebelum mencapai usia $x+n$ tahun.

$$\begin{aligned} {}_n q_x &= 1 - {}_n p_x \\ &= 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \\ &= \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \end{aligned}$$

Tabel kematian yang akan digunakan dalam perhitungan, yaitu tabel 1980 US CSO (*Comisioners Standard Ordinary*) *Female Age Nearest* dan 1980 US CSO *Male Age Nearest*. Tabel ini dibuat dengan tingkat bunga yang akan digunakan adalah 6 % setahun.

***Simbol Komutasi*** [5].

Simbol komutasi dibuat untuk menyederhanakan perhitungan. Simbol komutasi yang digunakan antara lain :

$$D_x = v^x\, l_x$$

dimana $v = \dfrac{1}{(1+i)} = (1+i)^{-1}$, dengan $i$ adalah tingkat bunga dalam setahun.

$$N_x = \sum_{i=0}^{w} D_{x+i} = D_x + D_{x+1} + \ldots + D_w$$

$$S_x = \sum_{i=0}^{w} N_{x+i} = N_x + N_{x+1} + \ldots + N_w$$

$$C_x = v^{x+1}\, d_x$$

$$M_x = \sum_{i=0}^{w} C_{x+i} = C_x + C_{x+1} + \ldots + C_w$$

$$R_x = \sum_{i=0}^{w} M_{x+i} = M_x + M_{x+1} + \ldots + M_w$$

***Anuitas Hidup***

Anuitas (*annuity*) adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan secara berkala [2]. Anuitas dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu anuitas tentu (*annuity certain*) dan anuitas hidup (*life annuity*). Anuitas tentu, pembayaran-nya dilakukan tanpa syarat. Pada anuitas hidup pembayarannya dikaitkan dengan hidup-matinya seseorang.

Pada setiap anuitas terdapat nilai tunai dan nilai akhir. Nilai tunai adalah nilai seluruh pembayaran jika dibayar sekaligus pada awal periode. Sedangkan, nilai akhir adalah jumlah seluruh pembayaran dengan bunganya jika seluruhnya dinilai pada suatu waktu di kemudian hari. Jumlah nilai tunai dan nilai akhir tergantung pada tingkat bunga yang digunakan [5].

Pembayaran anuitas hidup ini dapat dilakukan tahunan maupun beberapa kali setahun. Berdasarkan waktu dan lama pembayaran maka anuitas hidup dibedakan menjadi :

- Pembayaran Tahunan

1. Anuitas seumur hidup

| Anuitas Awal | Anuitas Akhir |
|---|---|
| $\ddot{a}_x = \dfrac{N_x}{D_x}$ | $a_x = \dfrac{N_{x+1}}{D_x}$ |

2. Endowment murni

$$_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad (2.7)$$

3. Anuitas hidup tertunda

   - Anuitas seumur hidup tertunda m tahun

| Anuitas Awal | Anuitas Akhir |
|---|---|
| $_{m\|}\ddot{a}_x = \dfrac{N_{x+m}}{D_x}$ | $_{m\|}a_x = \dfrac{N_{x+m+1}}{D_x}$ |

   - Anuitas hidup sementara tertunda

| Anuitas Awal | Anuitas Akhir |
|---|---|
| $_{m\|n}\ddot{a}_x = \dfrac{(N_{x+m} - N_{x+m+n})}{D_x}$ | $_{m\|n}a_x = \dfrac{N_{x+m+1} - N_{x+m+n+1}}{D_x}$ |

4. Anuitas hidup sementara/berjangka

| Anuitas Awal | Anuitas Akhir |
|---|---|
| $\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil} = \dfrac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$ | $a_{x:\overline{n}\rceil} = \dfrac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$ |

- Pembayaran Beberapa Kali Setahun

1. Anuitas seumur hidup

| Anuitas Awal | Anuitas Akhir |
|---|---|
| $\ddot{a}_x^{(m)} = \ddot{a}_x - \dfrac{(m-1)}{2m}$ | $a_x^{(m)} = a_x + \dfrac{m-1}{2m}$ |

2. Anuitas hidup tertunda

   - Anuitas seumur hidup tertunda

| Anuitas Awal | Anuitas Akhir |
|---|---|
| $_{n\|}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_nE_x\left(\ddot{a}_{x+n} - \dfrac{(m-1)}{2m}\right)$ | $_{n\|}a_x^{(m)} = {}_nE_x\left(a_{x+n} + \dfrac{(m-1)}{2m}\right)$ |

3. Anuitas hidup sementara/berjangka

| Anuitas Awal | Anuitas Akhir |
|---|---|
| $\ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{n}\rceil} = \ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil} - \frac{m-1}{2m}\left(1-{}_nE_x\right)$ | $a^{(m)}_{x:\overline{n}\rceil} = a_{x:\overline{n}\rceil} + \frac{m-1}{2m}\left(1-{}_nE_x\right)$ |

***Anuitas Kontinu***

Pada anuitas hidup juga terdapat cara pembayaran yang dilakukan secara kontinu. Bila anuitas hidup dengan pembayaran $m$ kali setahun dapat dibayarkan tiap saat sehingga $m \to \infty$ dan jumlah pembayaran setahun sebesar Rp 1,- maka disebut anuitas kontinu yang dinyatakan dengan simbol $\bar{a}_x$ [1].

- Anuitas kontinu seumur hidup

$$\bar{a}_x = \lim_{m\to\infty} a_x^{(m)} = \int_0^w v^t \, {}_t p_x dt = \frac{\bar{N}_x}{D_x}$$

- Anuitas kontinu sementara/berjangka

$$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil} = \int_0^n v^t \, {}_t p_x dt = \frac{\left(\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}\right)}{D_x}$$

***Sistem Pembayaran Santunan Asuransi Jiwa***

Sebuah asuransi jiwa menyediakan suatu pembayaran santunan asuransi (*claim*) dari jumlah yang ditetapkan atas suatu kematian, yang dikenal sebagai tertanggung (*insured*). Dalam pembayaran ini terdapat dua asumsi, yaitu pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi (asuransi kontinu) dan pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis (asuransi diskret).

- Pembayaran Santunan Asuransi Pada Akhir Tahun Kematian Polis
  1. Asuransi Jiwa Seumur Hidup

$$A_x = \sum_{t=0}^{w-x} {}_t p_x \cdot q_{x+t} \cdot v^{t+1} = \frac{M_x}{D_x}$$

  2. Asuransi Jiwa Berjangka/Sementara

$$A'_{x:\overline{n}\rceil} = \sum_{t=0}^{n-1} {}_t p_x \cdot q_{x+t} \cdot v^{t+1}$$
$$= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

  3. Asuransi Jiwa Dwiguna/Endowment

$$A_{x:\overline{n}\rceil} = {}_nE_x + A'_{x:\overline{n}\rceil}$$
$$= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

- Pembayaran Santunan Asuransi Pada Saat Kematian Terjadi

1. Asuransi Jiwa Seumur Hidup

$$\bar{A}_x = \int_0^w v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt = \frac{D_x - \delta \bar{N}_x}{D_x}$$

2. Asuransi Jiwa Berjangka/Sementara

$$\bar{A}'_{x:\overline{n}\rceil} = \int_0^n v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt$$
$$= \frac{D_x - D_{x+n} - \delta\left(\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}\right)}{D_x}$$

3. Asuransi Jiwa Dwiguna/Endowment

$$\bar{A}_{x:\overline{n}\rceil} = {}_nE_x + \bar{A}'_{x:\overline{n}\rceil}$$
$$= \frac{D_x - \delta\left(\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}\right)}{D_x}$$

Agar perusahaan asuransi cukup memiliki dana untuk membayar santunan polis ketika jatuh tempo, maka perusahaan asuransi menetapkan premi yang akan dikenakan kepada tertanggung untuk pertanggungan tertentu yang diterbitkan oleh perusahaan asuransi [2].

Besarnya premi yang dibayar didasarkan pada rumus dasar yang menyatakan bahwa nilai sekarang dari premi yang akan dibayar sama dengan nilai sekarang dari asuransi yang diambil.

Nilai Tunai Premi = Nilai Tunai Santunan

$$P \,.\, \ddot{a} = A$$

## 3. SISTEM PEMBAYARAN SANTUNAN DISKRET DAN KONTINU ASURANSI KEMATIAN

Tabel kematian yang digunakan harus berdistribusi uniform sepanjang tiap-tiap tahun umur maka terjadi hubungan sistem pembayaran santunan asuransi antara pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis dengan pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi.

Syarat–syarat tabel kematian berdistribusi uniform dengan $0 \le t \le 1$ dan $x$ usia bulat adalah :

1. $_t p_x = 1 - t \cdot q_x$
2. $_t q_x = t \cdot q_x$
3. $\mu_{x+t} = \dfrac{q_x}{1 - t \cdot q_x}$
4. $_t p_x \mu_{x+t} = q_x$

Dimisalkan asuransi jiwa berjangka 1 tahun, maka

$$\overline{A}'_{x:\overline{1}|} = \int_0^1 v^t \cdot {}_t p_x \cdot \mu_{x+t}\, dt$$

$$= \int_0^1 v^t \cdot q_x\, dt$$

$$= \frac{i}{\delta} v q_x = \frac{i}{\delta} A'_{x:\overline{1}|} \qquad [3].$$

Suatu faktor konstan, $\dfrac{i}{\delta}$, boleh digunakan pada semua umur sebagai pendekatan untuk perubahan nilai dari pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis menjadi pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi.

Pendekatan lainnya untuk memperoleh hubungan antara pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi dan pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis diuraikan sebagai berikut :

Jika, dari pengasumsian bahwa kematian berdistribusi uniform sepanjang tiap-tiap tahun umur, dianggap jumlah kematian dipusatkan pada pertengahan tahun, maka dapat disimpulkan bahwa rata-rata pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi ekuivalen dengan $(1+i)^{\frac{1}{2}}$ pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis [3].

$$\overline{A}'_{x:\overline{1}|} = (1+i)^{\frac{1}{2}} A'_{x:\overline{1}|}$$

Sehingga, untuk asuransi jiwa berjangka $n$ tahun,

$$\overline{A}'_{x:\overline{n}|} = \frac{i}{\delta} A'_{x:\overline{n}|}$$

atau $\quad \overline{A}'_{x:\overline{n}|} = (1+i)^{\frac{1}{2}} A'_{x:\overline{n}|}$

Untuk asuransi jiwa seumur hidup,

$$\overline{A}_x = \frac{i}{\delta} A_x$$

atau $\quad \overline{A}_x = (1+i)^{\frac{1}{2}} A_x$

Untuk asuransi jiwa dwiguna,

$$\overline{A}_{x:\overline{n}|} = {}_n E_x + \frac{i}{\delta} \overline{A}'_{x:\overline{n}|}$$

atau $\quad \overline{A}_{x:\overline{n}|} = {}_n E_x + (1+i)^{\frac{1}{2}} \overline{A}'_{x:\overline{n}|}$

## 4. SIMULASI KASUS

Seorang pria berusia 41 tahun ingin membeli produk asuransi jiwa pada perusahaan asuransi jika santunan yang diinginkan sebesar Rp 15.000.000,-. Produk-produk yang ditawarkan oleh perusahaan asuransi kepada pria tersebut adalah asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka/sementara, dan asuransi jiwa dwiguna. Tentukan masing-masing premi tunggal bersih untuk pembayaran santunan dilakukan pada akhir tahun kematian polis dengan pembayaran santunan dilakukan pada saat kematian terjadi jika produk yang dipilih pria tersebut adalah :

a. Asuransi jiwa seumur hidup dengan masa pembayaran premi 8 tahun.
b. Asuransi jiwa berjangka/sementara dengan masa asuransinya 20 tahun.
c. Asuransi jiwa dwiguna dengan masa asuransinya 15 tahun.

**a. Asuransi jiwa seumur hidup dengan masa pembayaran premi 8 tahun.**

1. Pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis (Asuransi Diskret)

*Premi tunggal bersih*

$$15.000.000 \cdot A_{41} = 15 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{41}}{D_{41}}$$

$$15.000.000 \cdot A_{41} = 15 \cdot 10^6 \cdot \frac{15720{,}024}{85747{,}295}$$

$$= 2749945{,}17$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $2.749.945{,}17$.

2. Pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi (Asuransi Kontinu)

*Premi tunggal bersih*

$$15000000 \cdot \bar{A}_{41} = 15 \cdot 10^6 \cdot \frac{D_{41} - \delta \overline{N}_{41}}{D_{41}}$$

di mana $\delta = -\ln v = -\ln(1+0{,}06)^{-1}$

$$= \ln 1{,}06 = 0{,}058268908$$

$$15.000.000 \cdot \bar{A}_{41}$$
$$= 15 \cdot 10^6 \cdot \frac{85747{,}295 - (0{,}058268908 \cdot 1194218{,}803)}{85747{,}295}$$

$$= 2827168{,}41$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $2.827.168{,}41$.

3. Hubungan matematis sistem pembayaran santunan diskret dan kontinu

*Premi tunggal bersih*

$$15 \cdot 10^6 \cdot \overline{A_{41}} = 15 \cdot 10^6 \cdot (1+0{,}06)^{\frac{1}{2}} A_{41}$$

$$15 \cdot 10^6 \cdot \overline{A_{41}} = (1{,}06)^{\frac{1}{2}} \cdot 2749945{,}17$$

$$= 2831421{,}84$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) dengan menggunakan sistem hubungan untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $2.831.421{,}84$.

**b. Asuransi jiwa berjangka/sementara dengan masa asuransinya 20 tahun.**

1. Pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis (Asuransi Diskret)

*Premi tunggal bersih*

$$15.000.000 \cdot A'_{41:\overline{20}|} = 15.000.000 \cdot \frac{M_{41} - M_{61}}{D_{41}}$$

$$15.000.000 \cdot A'_{41:20}$$

$$= 15.000.000 \cdot \frac{15720{,}024 - 9378{,}740}{85747{,}295}$$

$$= 1109297{,}57$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $1.109.297{,}57$.

2. Pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi (Asuransi Kontinu)

*Premi tunggal bersih*

$$15 \cdot 10^6 \cdot \bar{A}'_{41:\overline{20}|}$$

$$= 15.10^6 \cdot \frac{D_{41} - D_{61} - \delta(\overline{N}_{41} - \overline{N}_{61})}{D_{41}}$$

$$15 \cdot 10^6 \cdot \bar{A}'_{41:\overline{20}|} = 15 \cdot 10^6 \cdot 0{,}075920815$$

$$= 1138812{,}23$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $1.138.812{,}23$.

3. Hubungan matematis sistem pembayaran santunan asuransi diskret dan kontinu

*Premi tunggal bersih*

$$15 \cdot 10^6 \cdot \bar{A}'_{41:\overline{20}|} = 15 \cdot 10^6 \cdot (1+0{,}06)^{\frac{1}{2}} A'_{41:\overline{20}|}$$

$$15 \cdot 10^6 \cdot \overline{A}'_{41:\overline{20|}} = (1{,}06)^{\frac{1}{2}} \cdot 1109297{,}57$$

$$= 1142091{,}75$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) dengan menggunakan sistem hubungan untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $1.142.091{,}75$.

**c. Asuransi jiwa dwiguna dengan masa asuransinya 15 tahun.**

1. Pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis (Asuransi Diskret)

*Premi tunggal bersih*

$$15 \cdot 10^6 \cdot A_{41:\overline{15|}} = 15 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{41} - M_{56} + D_{56}}{D_{39}}$$

$$15 \cdot 10^6 \cdot A_{41:\overline{15|}}$$
$$= 15 \cdot 10^6 \cdot \frac{15720{,}024 - 11192{,}108 + 32612{,}04}{85747{,}295}$$
$$= 6497036{,}39$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $6.497.036{,}39$.

2. Pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi (Asuransi Kontinu)

*Premi tunggal bersih*

$$15 \cdot 10^6 \cdot \overline{A}_{41:\overline{15|}} = 15 \cdot 10^6 \cdot \frac{D_{41} - \delta(\overline{N}_{41} - \overline{N}_{56})}{D_{41}}$$

$$15 \cdot 10^6 \cdot \overline{A}_{41:\overline{15|}} = 15.10^6 \cdot 0{,}43451384$$

$$= 6517707{,}54$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $6.517.707{,}54$.

3. Hubungan matematis sistem pembayaran santunan asuransi diskret dan kontinu

*Premi tunggal bersih*

$$15 \cdot 10^6 \cdot \overline{A}_{41:\overline{15|}} = 15 \cdot 10^6 \cdot (1 + 0{,}06)^{\frac{1}{2}} A_{41:\overline{15|}}$$

$$15 \cdot 10^6 \cdot \overline{A}_{41:\overline{15|}} = (1{,}06)^{\frac{1}{2}} \cdot 6497036{,}39$$

$$= 6689108{,}37$$

Jadi premi tunggal bersih (premi yang dibayar sekaligus) dengan menggunakan sistem hubungan untuk seseorang pria berusia 41 tahun adalah Rp $6.689.108{,}37$.

Dari perhitungan di atas, untuk setiap sistem pembayaran santunan asuransi terdapat perbedaan nilai premi tunggal bersih. Dari tiap sistem pembayaran santunan asuransi masing-masing, dapat dilihat bahwa nilai premi tunggal bersih pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis lebih kecil dibandingkan nilai premi tunggal bersih pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi. Hal ini disebabkan karena jangka waktu pembayaran untuk premi tunggal bersih diskret lebih panjang daripada jangka waktu pembayaran untuk premi tunggal bersih kontinu yang mendekati nol.

Untuk nilai premi tunggal bersih dalam pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi dengan menggunakan sistem hubungan tidak jauh berbeda dengan menggunakan rumus umum pada pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi.

## 5. KESIMPULAN

1. Dari tiap sistem pembayaran santunan asuransi masing-masing, dapat dilihat bahwa nilai premi tunggal bersih pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis lebih kecil dibandingkan nilai premi tunggal bersih pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi. Hal ini disebabkan karena jangka waktu pembayaran untuk premi tunggal bersih diskret lebih panjang daripada jangka waktu pembayaran untuk premi tunggal bersih kontinu yang mendekati nol.
2. Tabel kematian berdistribusi uniform sepanjang tiap-tiap tahun umur, maka terdapat hubungan bahwa rata-rata pembayaran santunan asuransi pada saat kematian terjadi ekuivalen dengan $(1+i)^{\frac{1}{2}}$ pembayaran santunan asuransi pada akhir tahun kematian polis.

## 6. DAFTAR PUSTAKA


[1]. Catarya, I. (1988), *Materi pokok Asuransi II*, Cetakan pertama, Karunika, Universitas Terbuka, Jakarta.

[2]. Jones, H. E., dan Long D. L. (1999), *Prinsip-Prinsip Asuransi : Jiwa, Kesehatan, dan Anuitas*, Edisi Kedua, FLMI Insurance Education Program Life Management Institute Loma Atlanta, Georgia.

[3]. Jordan, C. W. (1991), *Life Contingencies*, The Society of Actuaries.

[4]. Purba, R. (1995), *Memahami Asuransi Di Indonesia*, Seri Umum Nomor 10. PT Pustaka Binaman Pressindo.

[5]. Sembiring, R. K. (1986), *Buku Materi Pokok Asuransi I*, Penerbit Karunika, Jakarta.