

SKRIPSI

**SPEKTRUM DAN SIFAT-SIFAT MATRIKS LAPLACE PADA
GRAF RODA**

***THE SPECTRUM AND PROPERTIES OF THE LAPLACE MATRIX ON
A WHEEL GRAPH***



USWATUN AISYAH NUR ROHMAH

24010122130083

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2026

HALAMAN PENGESAHAN
SKRIPSI
SPEKTRUM DAN SIFAT-SIFAT MATRIKS LAPLACE PADA
GRAF RODA

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

USWATUN AISYAH NUR ROHMAH

24010122130083

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 3 Juli 2026

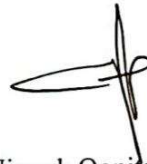
Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Dr. Lucia Ratnasari, S.Si., M.Si.
NIP. 19710671998022001

Penguji,



Niswah Qonita, S.Si., M.Sc.
NIP. 199804242024062002

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika,
Sekretaris Prodi S1 Matematika,



Soelistyo Utomo, S.Si., M.Si.
NIP. 197202031998021001

Pembimbing I/Penguji



Suryoto, S.Si., M.Si.
NIP. 196807141994031004

ABSTRAK

SPEKTRUM DAN SIFAT-SIFAT MATRIKS LAPLACE PADA GRAF RODA

oleh

Uswatun Aisyah Nur Rohmah

24010122130083

Matriks Laplace adalah sebuah matriks yang diperoleh dari selisih antara matriks ketetanggaan dan matriks derajat suatu graf. Spektrum graf adalah himpunan nilai eigen beserta multiplisitasnya. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bentuk umum matriks Laplace graf roda, spektrum Laplace graf roda, dan sifat nilai eigen matriks Laplace pada graf roda. Metode yang digunakan adalah metode analitis dengan memanfaatkan teori graf dan aljabar linier. Hasil penelitian menunjukkan bahwa matriks Laplace graf roda dapat dinyatakan dalam matriks blok dengan melibatkan matriks Laplace graf siklus dan matriks identitas berukuran $(n \times n)$. Himpunan nilai eigen matriks Laplace pada graf roda terdiri atas nilai eigen 0, nilai eigen $n + 1$, dan nilai eigen $3 - 2 \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right)$. Multiplisitas nilai eigen 0 adalah satu dan multiplisitas nilai eigen lainnya ditentukan berdasarkan banyaknya pengulangan nilai eigen yang dihasilkan. Nilai eigen matriks Laplace pada graf roda memenuhi beberapa sifat, yaitu nilai eigen terbesar adalah $n + 1$, semua nilai eigen berada di interval $0 \leq \lambda \leq n + 1$, jumlah nilai eigen matriks Laplace sama dengan 4 kali jumlah simpul, dan untuk setiap k ganjil nilai eigen $3 - 2 \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right)$ bermultiplisitas dua.

Kata kunci: spektrum graf, matriks Laplace, graf roda.

ABSTRACT

THE SPECTRUM AND PROPERTIES OF THE LAPLACE MATRIX SPECTRUM ON A WHEEL GRAPH

by

Uswatun Aisyah Nur Rohmah

24010122130083

The Laplace matrix is a matrix obtained from the difference between the adjacency matrix and the degree matrix of a graph. The spectrum of a graph is the set of eigenvalues and their multiplicities. This research aims to determine the general form of the Laplace matrix for a wheel graph, and the properties of the eigenvalues of the Laplace matrix for a wheel graph. The method used is an analytical method utilizing graph theory and linear algebra. The results of this research show that the Laplace matrix of a wheel graph can be expressed as a block matrix involving the Laplace matrix of a cycle graph and an identity matrix of size $(n \times n)$. The set of eigenvalues of the Laplace matrix of a wheel graph consist of the eigenvalue 0, the eigenvalue $n + 1$, and the eigenvalue $3 - 2 \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right)$. The multiplicity of the eigenvalue 0 is one and the multiplicities of the other eigenvalues are determined by the number of times each eigenvalue appears. The eigenvalues of the Laplace matrix on a wheel graph satisfy several properties: the largest eigenvalue is $n + 1$, all eigenvalues lie in the interval $0 \leq \lambda \leq n + 1$, the number of eigenvalues of the Laplace matrix is equal to 4 times the number of vertices, and for every odd k , the eigenvalue $3 - 2 \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right)$ has multiplicity two.

Keywords: graph spectrum, Laplace matrix, wheel graph.