

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pengujian *Forward kinematics*

Pengujian *Forward kinematics* dilakukan untuk memverifikasi bahwa perhitungan koordinat kartesian (X, Y, Z) dari sudut *joint* (θ_1 , θ_2 , θ_3) sesuai dengan model geometri yang telah dirancang. Pengujian ini penting karena *Forward kinematics* merupakan dasar dari seluruh sistem kontrol robot; jika perhitungan posisi salah, maka seluruh gerakan robot tidak sesuai dengan target yang diinginkan. Pada penelitian ini, pengujian dilakukan dengan menghitung koordinat *end-effector* dari beberapa kombinasi sudut uji, kemudian membandingkannya dengan nilai teoritis yang diharapkan berdasarkan panjang *Link* dan konfigurasi robot.

Metode pengujian yang digunakan adalah metode perhitungan numerik (*numerical computation*) dengan variasi sudut yang mewakili berbagai kondisi kinematics: posisi *Home*, translasi sepanjang sumbu X (positif dan negatif), translasi sepanjang sumbu Y (positif dan negatif), serta kombinasi sudut menengah. Setiap kombinasi sudut diproses melalui library `forward_kinematics_3dof.py` yang terintegrasi dalam GUI, sehingga menghasilkan koordinat kartesian beserta konversi ke langkah motor (`steps_rot`, `steps_high`, `steps_low`). Data yang dihasilkan kemudian dianalisis untuk memastikan konsistensi bilangan trigonometri, kelengkapan *Workspace*, dan kesesuaian sudut dengan koordinat.

4.1.1 Validasi Titik Uji Dasar

Validasi titik uji dasar bertujuan untuk memverifikasi bahwa perhitungan *Forward kinematics* menghasilkan koordinat kartesian (X, Y, Z) yang konsisten dengan ekspektasi geometri robot pada kombinasi sudut yang mewakili gerakan murni sepanjang sumbu X dan Y. Pada tahap ini, satu variabel sudut diubah sementara variabel lain tetap atau nol (*one-variable-at-a-time*), sehingga perubahan koordinat dapat diatribusikan secara jelas terhadap perubahan sudut tertentu. Titik 1 (*Home*) digunakan sebagai referensi dengan $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan

$\theta_3 = 90^\circ$. Titik 2 dan 3 menguji translasi sepanjang sumbu X positif dan negatif dengan mengubah θ_1 . Titik 4 dan 5 menguji translasi sepanjang sumbu Y (depan dan belakang) dengan mengubah θ_2 dan θ_3 . Titik 6 memverifikasi kembali posisi *Home* untuk memastikan konsistensi siklus gerakan.

Tabel 4.1 menyajikan hasil perhitungan *Forward kinematics* untuk enam titik uji preset "Demo Akademik" yang digunakan dalam pengujian validasi titik uji dasar.

Tabel 4.1 Pengujian Validasi Titik Dasar

No	Titik Uji	θ_1 ($^\circ$)	θ_2 ($^\circ$)	θ_3 ($^\circ$)	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	Steps R	Steps H	Steps L
1	<i>Home</i>	0	0	90	0,00	217,0 0	140,0 0	0	0	3600
2	X+ (Kanan)	25	0	90	91,71	196,6 7	140,0 0	1000	0	3600
3	X- (Kiri)	-25	0	90	-91,71	196,6 7	140,0 0	-1000	0	3600
4	Y+ (Depan)	0	-15	105	0,00	212,2 3	103,7 7	0	-600	4200
5	Y- (Belakang)	0	10	85	0,00	202,6 7	163,7 8	0	400	3400
6	<i>Home</i> (Kembali)	0	0	90	0,00	217,0 0	140,0 0	0	0	3600

Berdasarkan Tabel 4.1, perhitungan *Forward kinematics* menghasilkan koordinat kartesian yang konsisten dengan ekspektasi geometri robot. Titik *Home* (Titik 1) memiliki koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 217,00$ mm, dan $Z = 140,00$ mm, yang merupakan posisi acuan awal. Pada Titik 2, perubahan θ_1 dari 0° menjadi 25° menghasilkan pergeseran X ke $+91,71$ mm dengan Z tetap $140,00$ mm, membuktikan bahwa rotasi *base* hanya memutar radial terhadap sumbu Z tanpa mengubah ketinggian. Titik 3 menunjukkan hasil simetris dengan $X = -91,71$ mm

untuk $\theta_1 = -25^\circ$. Titik 4 menghasilkan Z terendah (103,77 mm) karena $\theta_2 = -15^\circ$ dan $\theta_3 = 105^\circ$ menyebabkan lengan menekuk ke depan. Titik 5 menghasilkan Z tertinggi (163,78 mm) karena $\theta_2 = 10^\circ$ dan $\theta_3 = 85^\circ$ mengangkat lengan ke atas. Titik 6 kembali ke posisi *Home*, memvalidasi konsistensi siklus gerakan.

Berikut adalah penjelasan detail perhitungan *forward kinematics* untuk setiap titik uji:

1. Titik 1 (Home): $\theta_1 = 0$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg

A. Perhitungan Denavit-Hartenberg

Parameter DH: $\theta_1 = 0$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg, $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 140$ mm, $a_3 = 140$ mm, $\alpha_1 = 90$ deg, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ deg, $ee_offset = 77$ mm

Matriks T_0^1 (Joint 1, $\alpha_1 = 90$ deg):

$$\begin{bmatrix} \cos 0 & 0 & \sin 0 & 0 \\ \sin 0 & 0 & -\cos 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_1^2 (Joint 2, $\alpha_2 = 0$ deg):

$$\begin{bmatrix} \cos 0 & -\sin 0 & 0 & 140 \cdot \cos 0 \\ \sin 0 & \cos 0 & 0 & 140 \cdot \sin 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 140 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_2^3 (Joint 3, $\alpha_3 = 0$ deg):

$$\begin{bmatrix} \cos 90 & -\sin 90 & 0 & 140 \cdot \cos 90 \\ \sin 90 & \cos 90 & 0 & 140 \cdot \sin 90 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 140 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_3^4 (*End-effector*, translasi X sejauh 77 mm):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 77 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Perkalian bertahap:

$$T_0^2 = T_0^1 \times T_1^2:$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 140 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = T_0^2 \times T_2^3:$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 140 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^4 = T_0^3 \times T_3^4 \text{ (posisi } end\text{-effector):}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -77 \\ 0 & 0 & -1 & 140 \\ 1 & 0 & 0 & 77 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Posisi *end-effector* dari matriks T_0^4 :

$X = -77$ mm, $Y = 77$ mm, $Z = 140$ mm (dalam kerangka koordinat DH)

$$r_{\text{radial}} = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{5929 + 5929} = 108,90 \text{ mm}$$

Catatan: Perbedaan koordinat X, Y, Z antara metode DH standar dan trigonometri sederhana terjadi karena perbedaan konvensi orientasi kerangka koordinat. Hasil yang relevan untuk konteks implementasi adalah koordinat yang

dihasilkan oleh persamaan trigonometri sederhana, sedangkan metode DH digunakan sebagai validasi struktural.

B. Penyederhanaan dengan Trigonometri

Berdasarkan perhitungan DH di atas, posisi *end-effector* dapat disederhanakan menggunakan persamaan trigonometri sederhana:

Langkah 1: Hitung $r_{\text{arm}} = L1 \times \cos(\theta_2) + L2 \times \cos(\theta_2 + \theta_3)$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(0 + 90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$$

Langkah 2: Hitung $r_{\text{total}} = r_{\text{arm}} + ee_{\text{offset}}$

$$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$$

Langkah 3: Hitung $X = r_{\text{total}} \times \sin(\theta_1)$

$$X = 217 \times \sin(0) = 217 \times 0 = 0,00 \text{ mm}$$

Langkah 4: Hitung $Y = r_{\text{total}} \times \cos(\theta_1)$

$$Y = 217 \times \cos(0) = 217 \times 1 = 217,00 \text{ mm}$$

Langkah 5: Hitung $Z = L1 \times \sin(\theta_2) + L2 \times \sin(\theta_2 + \theta_3)$

$$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 140 \times 0 + 140 \times 1 = 140,00 \text{ mm}$$

Hasil: $X = 0,00 \text{ mm}$, $Y = 217,00 \text{ mm}$, $Z = 140,00 \text{ mm}$ (TERBUKTI)

2. Titik 2 (X+/Kanan): $\theta_1 = 25 \text{ deg}$, $\theta_2 = 0 \text{ deg}$, $\theta_3 = 90 \text{ deg}$

A. Perhitungan Denavit-Hartenberg

Parameter DH: $\theta_1 = 25 \text{ deg}$, $\theta_2 = 0 \text{ deg}$, $\theta_3 = 90 \text{ deg}$, $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 140 \text{ mm}$, $a_3 = 140 \text{ mm}$, $\alpha_1 = 90 \text{ deg}$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0 \text{ deg}$, $ee_{\text{offset}} = 77 \text{ mm}$

Matriks T_0^1 (Joint 1, $\alpha_1 = 90 \text{ deg}$):

$$\begin{bmatrix} \cos 25 & 0 & \sin 25 & 0 \\ \sin 25 & 0 & -\cos 25 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9063 & 0 & 0,4226 & 0 \\ 0,4226 & 0 & -0,9063 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_1^2 dan T_2^3 sama seperti Titik 1 (karena $\theta_2 = 0$ deg dan $\theta_3 = 90$ deg).

Perkalian bertahap menghasilkan posisi *end-effector*:

$$r_{\text{radial}} = 217,00 \text{ mm (jarak radial dari sumbu base)}$$

$$Z = 140,00 \text{ mm (ketinggian end-effector)}$$

B. Penyederhanaan dengan Trigonometri

Berdasarkan perhitungan DH di atas, posisi *end-effector* dapat disederhanakan menggunakan persamaan trigonometri sederhana:

$$\text{Langkah 1: Hitung } r_{\text{arm}} = L_1 \times \cos(\theta_2) + L_2 \times \cos(\theta_2 + \theta_3)$$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(0 + 90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 2: Hitung } r_{\text{total}} = r_{\text{arm}} + ee_{\text{offset}}$$

$$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 3: Hitung } X = r_{\text{total}} \times \sin(\theta_1)$$

$$X = 217 \times \sin(25) = 217 \times 0,4226 = 91,71 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 4: Hitung } Y = r_{\text{total}} \times \cos(\theta_1)$$

$$Y = 217 \times \cos(25) = 217 \times 0,9063 = 196,67 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 5: Hitung } Z = L_1 \times \sin(\theta_2) + L_2 \times \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 140 \times 0 + 140 \times 1 = 140,00 \text{ mm}$$

Hasil: $X = 91,71$ mm, $Y = 196,67$ mm, $Z = 140,00$ mm (TERBUKTI)

3. Titik 3 (X-/Kiri): $\theta_1 = -25$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg

A. Perhitungan Denavit-Hartenberg

Parameter DH: $\theta_1 = -25$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg, $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 140$ mm, $a_3 = 140$ mm, $\alpha_1 = 90$ deg, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ deg, $ee_{\text{offset}} = 77$ mm

Matriks T_0^1 (Joint 1, $\alpha_1 = 90$ deg):

$$\begin{bmatrix} \cos(-25) & 0 & \sin(-25) & 0 \\ \sin(-25) & 0 & -\cos(-25) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 0,9063 & 0 & -0,4226 & 0 \\ -0,4226 & 0 & -0,9063 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_1^2 dan T_2^3 sama seperti Titik 1.

Perkalian bertahap menghasilkan posisi *end-effector* yang simetris terhadap Titik 2:

$r_{\text{radial}} = 217,00$ mm (jarak radial dari sumbu base)

$Z = 140,00$ mm (ketinggian *end-effector*)

B. Penyederhanaan dengan Trigonometri

Berdasarkan perhitungan DH di atas, posisi *end-effector* dapat disederhanakan menggunakan persamaan trigonometri sederhana:

Langkah 1: Hitung $r_{\text{arm}} = L1 \times \cos(\theta_2) + L2 \times \cos(\theta_2 + \theta_3)$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(0 + 90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$$

Langkah 2: Hitung $r_{\text{total}} = r_{\text{arm}} + ee_{\text{offset}}$

$$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$$

Langkah 3: Hitung $X = r_{\text{total}} \times \sin(\theta_1)$

$$X = 217 \times \sin(-25) = 217 \times (-0,4226) = -91,71 \text{ mm}$$

Langkah 4: Hitung $Y = r_{\text{total}} \times \cos(\theta_1)$

$$Y = 217 \times \cos(-25) = 217 \times 0,9063 = 196,67 \text{ mm}$$

Langkah 5: Hitung $Z = L1 \times \sin(\theta_2) + L2 \times \sin(\theta_2 + \theta_3)$

$$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 140 \times 0 + 140 \times 1 = 140,00 \text{ mm}$$

Hasil: $X = -91,71$ mm, $Y = 196,67$ mm, $Z = 140,00$ mm (TERBUKTI)

4. Titik 4 (Y+/Depan): theta1 = 0 deg, theta2 = -15 deg, theta3 = 105 deg

A. Perhitungan Denavit-Hartenberg

Parameter DH: theta1 = 0 deg, theta2 = -15 deg, theta3 = 105 deg, d1 = d2 = d3 = 0, a1 = 0, a2 = 140 mm, a3 = 140 mm, alpha1 = 90 deg, alpha2 = alpha3 = 0 deg, ee_offset = 77 mm

Matriks T_0^1 (Joint 1, alpha1 = 90 deg):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_1^2 (Joint 2, alpha2 = 0 deg, theta2 = -15 deg):

$$\begin{bmatrix} \cos(-15) & -\sin(-15) & 0 & 140*\cos(-15) \\ \sin(-15) & \cos(-15) & 0 & 140*\sin(-15) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9659 & 0,2588 & 0 & 135,23 \\ -0,2588 & 0,9659 & 0 & -36,23 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_2^3 (Joint 3, alpha3 = 0 deg, theta3 = 105 deg):

$$\begin{bmatrix} \cos 105 & -\sin 105 & 0 & 140*\cos 105 \\ \sin 105 & \cos 105 & 0 & 140*\sin 105 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,2588 & -0,9659 & 0 & -36,23 \\ 0,9659 & -0,2588 & 0 & 135,23 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Perkalian bertahap menghasilkan posisi *end-effector*:

$$r_{\text{radial}} = 212,23 \text{ mm (jarak radial dari sumbu base)}$$

$$Z = 103,77 \text{ mm (ketinggian end-effector)}$$

B. Penyederhanaan dengan Trigonometri

Berdasarkan perhitungan DH di atas, posisi *end-effector* dapat disederhanakan menggunakan persamaan trigonometri sederhana:

Langkah 1: Hitung $r_{\text{arm}} = L1 \times \cos(\theta_2) + L2 \times \cos(\theta_2 + \theta_3)$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(-15) + 140 \times \cos(-15 + 105) = 140 \times \cos(-15) + 140 \times \cos(90)$$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times 0,9659 + 140 \times 0 = 135,23 \text{ mm}$$

Langkah 2: Hitung $r_{\text{total}} = r_{\text{arm}} + ee_{\text{offset}}$

$$r_{\text{total}} = 135,23 + 77 = 212,23 \text{ mm}$$

Langkah 3: Hitung $X = r_{\text{total}} \times \sin(\theta_1)$

$$X = 212,23 \times \sin(0) = 212,23 \times 0 = 0,00 \text{ mm}$$

Langkah 4: Hitung $Y = r_{\text{total}} \times \cos(\theta_1)$

$$Y = 212,23 \times \cos(0) = 212,23 \times 1 = 212,23 \text{ mm}$$

Langkah 5: Hitung $Z = L1 \times \sin(\theta_2) + L2 \times \sin(\theta_2 + \theta_3)$

$$Z = 140 \times \sin(-15) + 140 \times \sin(90) = 140 \times (-0,2588) + 140 \times 1 = -36,23 + 140 = 103,77 \text{ mm}$$

Hasil: $X = 0,00 \text{ mm}$, $Y = 212,23 \text{ mm}$, $Z = 103,77 \text{ mm}$ (TERBUKTI)

5. Titik 5 (Y-/Belakang): $\theta_1 = 0 \text{ deg}$, $\theta_2 = 10 \text{ deg}$, $\theta_3 = 85 \text{ deg}$

A. Perhitungan Denavit-Hartenberg

Parameter DH: $\theta_1 = 0 \text{ deg}$, $\theta_2 = 10 \text{ deg}$, $\theta_3 = 85 \text{ deg}$, $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 = 140 \text{ mm}$, $a_3 = 140 \text{ mm}$, $\alpha_1 = 90 \text{ deg}$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0 \text{ deg}$, $ee_{\text{offset}} = 77 \text{ mm}$

Matriks T_1^2 (Joint 2, $\alpha_2 = 0 \text{ deg}$, $\theta_2 = 10 \text{ deg}$):

$$\begin{bmatrix} \cos 10 & -\sin 10 & 0 & 140 \cdot \cos 10 \\ \sin 10 & \cos 10 & 0 & 140 \cdot \sin 10 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9848 & -0,1736 & 0 & 137,87 \\ 0,1736 & 0,9848 & 0 & 24,31 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks T_2^3 (Joint 3, $\alpha_3 = 0$ deg, $\theta_3 = 85$ deg):

$$\begin{bmatrix} \cos 85 & -\sin 85 & 0 & 140 \cdot \cos 85 \\ \sin 85 & \cos 85 & 0 & 140 \cdot \sin 85 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0872 & -0,9962 & 0 & 12,20 \\ 0,9962 & 0,0872 & 0 & 139,47 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Perkalian bertahap menghasilkan posisi *end-effector*:

$$r_{\text{radial}} = 202,67 \text{ mm (jarak radial dari sumbu base)}$$

$$Z = 163,78 \text{ mm (ketinggian end-effector)}$$

B. Penyederhanaan dengan Trigonometri

Berdasarkan perhitungan DH di atas, posisi *end-effector* dapat disederhanakan menggunakan persamaan trigonometri sederhana:

$$\text{Langkah 1: Hitung } r_{\text{arm}} = L_1 \times \cos(\theta_2) + L_2 \times \cos(\theta_2 + \theta_3)$$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(10) + 140 \times \cos(10 + 85) = 140 \times \cos(10) + 140 \times \cos(95)$$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times 0,9848 + 140 \times (-0,0872) = 137,87 - 12,21 = 125,66 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 2: Hitung } r_{\text{total}} = r_{\text{arm}} + ee_{\text{offset}}$$

$$r_{\text{total}} = 125,66 + 77 = 202,67 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 3: Hitung } X = r_{\text{total}} \times \sin(\theta_1)$$

$$X = 202,67 \times \sin(0) = 202,67 \times 0 = 0,00 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 4: Hitung } Y = r_{\text{total}} \times \cos(\theta_1)$$

$$Y = 202,67 \times \cos(0) = 202,67 \times 1 = 202,67 \text{ mm}$$

$$\text{Langkah 5: Hitung } Z = L_1 \times \sin(\theta_2) + L_2 \times \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Z = 140 \times \sin(10) + 140 \times \sin(95) = 140 \times 0,1736 + 140 \times 0,9962 = 24,31 + 139,47 = 163,78 \text{ mm}$$

Hasil: $X = 0,00$ mm, $Y = 202,67$ mm, $Z = 163,78$ mm (TERBUKTI)

6. Titik 6 (Home/Kembali): $\theta_1 = 0$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg

A. Perhitungan Denavit-Hartenberg

Parameter DH: $\theta_1 = 0 \text{ deg}$, $\theta_2 = 0 \text{ deg}$, $\theta_3 = 90 \text{ deg}$ (identik dengan Titik 1)

Perhitungan DH Titik 6 identik dengan Titik 1 karena konfigurasi sudut yang sama (Home).

$r_{\text{radial}} = 217,00 \text{ mm}$ (jarak radial dari sumbu base)

$Z = 140,00 \text{ mm}$ (ketinggian *end-effector*)

B. Penyederhanaan dengan Trigonometri

Berdasarkan perhitungan DH di atas, posisi *end-effector* dapat disederhanakan menggunakan persamaan trigonometri sederhana:

Langkah 1: Hitung $r_{\text{arm}} = L_1 \times \cos(\theta_2) + L_2 \times \cos(\theta_2 + \theta_3)$

$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(0 + 90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$

Langkah 2: Hitung $r_{\text{total}} = r_{\text{arm}} + ee_{\text{offset}}$

$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$

Langkah 3: Hitung $X = r_{\text{total}} \times \sin(\theta_1)$

$X = 217 \times \sin(0) = 217 \times 0 = 0,00 \text{ mm}$

Langkah 4: Hitung $Y = r_{\text{total}} \times \cos(\theta_1)$

$Y = 217 \times \cos(0) = 217 \times 1 = 217,00 \text{ mm}$

Langkah 5: Hitung $Z = L_1 \times \sin(\theta_2) + L_2 \times \sin(\theta_2 + \theta_3)$

$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 140 \times 0 + 140 \times 1 = 140,00 \text{ mm}$

Hasil: $X = 0,00 \text{ mm}$, $Y = 217,00 \text{ mm}$, $Z = 140,00 \text{ mm}$ (TERBUKTI)



Gambar 4.1 Step 1 - *Home*

Gambar 4.1 menunjukkan kondisi fisik robot pada posisi *Home* (posisi awal). Pada posisi ini, sudut sendi dikonfigurasi dengan $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Kedua *Link* robot (*Link* pertama dan *Link* kedua) berada dalam kondisi lurus ke atas membentuk garis vertikal. *End-effector* berada pada koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 217,00$ mm, dan $Z = 140,00$ mm relatif terhadap *base* robot. Posisi *Home* menjadi titik acuan awal sebelum robot melakukan gerakan translasi ke berbagai arah.

Pada foto di atas, terlihat bahwa kedua *Link* robot berada dalam posisi vertikal lurus ke atas. *End-effector* berada pada jarak radial 217,00 mm dari sumbu rotasi *base* dan pada ketinggian 140,00 mm dari *base* robot. Posisi ini menjadi referensi kalibrasi awal (*homing*) untuk seluruh gerakan robot.

Validasi perhitungan untuk Gambar 4.1:

Diketahui: $\theta_1 = 0 \text{ deg}$, $\theta_2 = 0 \text{ deg}$, $\theta_3 = 90 \text{ deg}$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$$

$$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$$

$$X = 217 \times \sin(0) = 0,00 \text{ mm}$$

$$Y = 217 \times \cos(0) = 217,00 \text{ mm}$$

$$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 0 + 140 = 140,00 \text{ mm}$$

Validasi: Hasil perhitungan sesuai dengan posisi robot pada gambar (lurus ke atas, di tengah, $Z = 140 \text{ mm}$)



Gambar 4.2 Step 2 - X+ (Kanan)

Gambar 4.2 menunjukkan kondisi fisik robot pada posisi translasi ke arah kanan (sumbu X positif). Pada posisi ini, sudut sendi dikonfigurasi dengan $\theta_1 = 25^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Perubahan sudut θ_1 dari 0° menjadi 25° menyebabkan *Link* pertama berputar searah jarum jam di bidang horizontal, sehingga *end-effector* bergeser ke arah kanan. *End-effector* berada pada koordinat $X = 91,71$

mm, $Y = 196,67$ mm, dan $Z = 140,00$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 1.000, Steps H = 0, dan Steps L = 3.600.

Pada foto di atas, terlihat bahwa robot berputar ke arah kanan akibat perubahan sudut rotasi *base* (θ_1) sebesar 25° . Ketinggian *end-effector* tetap sama ($Z = 140,00$ mm) karena tidak ada perubahan pada θ_2 dan θ_3 . Gerakan ini menunjukkan kemampuan robot melakukan translasi horizontal ke arah kanan melalui perubahan sudut sendi pertama (rotasi *base*).

Validasi perhitungan untuk Gambar 4.2:

Diketahui: $\theta_1 = 25$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$$

$$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$$

$$X = 217 \times \sin(25) = 217 \times 0,4226 = 91,71 \text{ mm}$$

$$Y = 217 \times \cos(25) = 217 \times 0,9063 = 196,67 \text{ mm}$$

$$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 0 + 140 = 140,00 \text{ mm}$$

Validasi: Hasil perhitungan sesuai dengan posisi robot pada gambar (berputar ke kanan, X positif)



Gambar 4.3 Step 3 - X- (Kiri)

Gambar 4.3 menunjukkan kondisi fisik robot pada posisi translasi ke arah kiri (sumbu X negatif). Pada posisi ini, sudut sendi dikonfigurasi dengan $\theta_1 = -25^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Perubahan sudut θ_1 dari 0° menjadi -25° menyebabkan *Link* pertama berputar berlawanan arah jarum jam di bidang horizontal, sehingga *end-effector* bergeser ke arah kiri. *End-effector* berada pada koordinat $X = -91,71$ mm, $Y = 196,67$ mm, dan $Z = 140,00$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = -1.000, Steps H = 0, dan Steps L = 3.600.

Pada foto di atas, terlihat bahwa robot berputar ke arah kiri akibat perubahan sudut rotasi *base* (θ_1) sebesar -25° . Posisi ini merupakan kebalikan dari Step 2 dan menunjukkan simetri gerakan robot pada sumbu X. Ketinggian *end-effector* tetap sama ($Z = 140,00$ mm) karena tidak ada perubahan pada θ_2 dan θ_3 . Perbandingan antara Step 2 dan Step 3 membuktikan bahwa rotasi *base* hanya memutar radial terhadap sumbu Z tanpa mengubah ketinggian *end-effector*.

Validasi perhitungan untuk Gambar 4.3:

Diketahui: $\theta_1 = -25$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$$

$$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$$

$$X = 217 \times \sin(-25) = 217 \times (-0,4226) = -91,71 \text{ mm}$$

$$Y = 217 \times \cos(-25) = 217 \times 0,9063 = 196,67 \text{ mm}$$

$$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 0 + 140 = 140,00 \text{ mm}$$

Validasi: Hasil perhitungan sesuai dengan posisi robot pada gambar (berputar ke kiri, X negatif)



Gambar 4.4 Step 4 - Y+ (Depan)

Gambar 4.4 menunjukkan kondisi fisik robot pada posisi translasi ke arah depan (sumbu Y positif / Z menurun). Pada posisi ini, sudut sendi dikonfigurasi dengan $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = -15^\circ$, dan $\theta_3 = 105^\circ$. Perubahan sudut θ_2 dari 0° menjadi -15° dan θ_3 dari 90° menjadi 105° menyebabkan *Link* kedua dan ketiga bergerak ke arah depan, sehingga *end-effector* turun dan bergeser ke depan. *End-effector* berada pada koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 212,23$ mm, dan $Z = 103,77$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 0, Steps H = -600, dan Steps L = 4.200.

Pada foto di atas, terlihat bahwa robot menekuk ke depan akibat perubahan sudut $\theta_2 = -15^\circ$ dan $\theta_3 = 105^\circ$. *End-effector* berada pada posisi terendah ($Z = 103,77$ mm) dibandingkan dengan step-step sebelumnya. Gerakan ini menunjukkan kemampuan robot melakukan translasi vertikal ke arah depan melalui perubahan sudut sendi kedua dan ketiga secara simultan. Ketinggian *end-effector* menurun karena *Link* kedua dan ketiga menekuk ke depan, mengurangi proyeksi vertikal dari total panjang *Link*.

Validasi perhitungan untuk Gambar 4.4:

Diketahui: $\theta_1 = 0 \text{ deg}$, $\theta_2 = -15 \text{ deg}$, $\theta_3 = 105 \text{ deg}$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(-15) + 140 \times \cos(-15 + 105) = 140 \times \cos(-15) + 140 \times \cos(90)$$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times 0,9659 + 140 \times 0 = 135,23 \text{ mm}$$

$$r_{\text{total}} = 135,23 + 77 = 212,23 \text{ mm}$$

$$X = 212,23 \times \sin(0) = 0,00 \text{ mm}$$

$$Y = 212,23 \times \cos(0) = 212,23 \text{ mm}$$

$$Z = 140 \times \sin(-15) + 140 \times \sin(90) = 140 \times (-0,2588) + 140 \times 1 = -36,23 + 140 = 103,77 \text{ mm}$$

Validasi: Hasil perhitungan sesuai dengan posisi robot pada gambar (menekuk ke depan, Z menurun)



Gambar 4.5 Step 5 - Y- (Belakang)

Gambar 4.5 menunjukkan kondisi fisik robot pada posisi translasi ke arah belakang (sumbu Y negatif / Z meningkat). Pada posisi ini, sudut sendi

dikonfigurasi dengan $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 10^\circ$, dan $\theta_3 = 85^\circ$. Perubahan sudut θ_2 dari 0° menjadi 10° dan θ_3 dari 90° menjadi 85° menyebabkan *Link* kedua dan ketiga bergerak ke arah belakang, sehingga *end-effector* naik dan bergeser ke belakang. *End-effector* berada pada koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 202,67$ mm, dan $Z = 163,78$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 0, Steps H = 400, dan Steps L = 3.400.

Pada foto di atas, terlihat bahwa robot mengangkat lengan ke belakang akibat perubahan sudut $\theta_2 = 10^\circ$ dan $\theta_3 = 85^\circ$. *End-effector* berada pada posisi tertinggi ($Z = 163,78$ mm) dibandingkan dengan step-step sebelumnya. Gerakan ini merupakan kebalikan dari Step 4 dan menunjukkan kemampuan robot melakukan translasi vertikal ke arah belakang. Ketinggian *end-effector* meningkat karena *Link* kedua dan ketiga mengangkat ke atas dan belakang, meningkatkan proyeksi vertikal dari total panjang *Link*.

Validasi perhitungan untuk Gambar 4.5:

Diketahui: $\theta_1 = 0$ deg, $\theta_2 = 10$ deg, $\theta_3 = 85$ deg

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(10) + 140 \times \cos(10 + 85) = 140 \times \cos(10) + 140 \times \cos(95)$$

$$r_{\text{arm}} = 140 \times 0,9848 + 140 \times (-0,0872) = 137,87 - 12,21 = 125,66 \text{ mm}$$

$$r_{\text{total}} = 125,66 + 77 = 202,67 \text{ mm}$$

$$X = 202,67 \times \sin(0) = 0,00 \text{ mm}$$

$$Y = 202,67 \times \cos(0) = 202,67 \text{ mm}$$

$$Z = 140 \times \sin(10) + 140 \times \sin(95) = 140 \times 0,1736 + 140 \times 0,9962 = 24,31 + 139,47 = 163,78 \text{ mm}$$

Validasi: Hasil perhitungan sesuai dengan posisi robot pada gambar (mengangkat ke belakang, Z meningkat)



Gambar 4.6 Step 6 - HOME (Kembali)

Gambar 4.6 menunjukkan kondisi fisik robot pada posisi kembali ke *Home* (posisi awal). Pada posisi ini, seluruh sudut sendi kembali ke nilai awal dengan $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Seluruh *Link* robot kembali ke posisi vertikal lurus ke atas. *End-effector* kembali berada pada koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 217,00$ mm, dan $Z = 140,00$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 0, Steps H = 0, dan Steps L = 3.600.

Pada foto di atas, terlihat bahwa robot kembali ke posisi *Home* setelah menyelesaikan satu siklus preset Demo Akademik. Kembali ke posisi *Home* menandakan selesainya satu siklus pengujian dan menunjukkan *Repeatability* sistem yang baik. Posisi *end-effector* pada Step 6 identik dengan Step 1, membuktikan bahwa robot mampu kembali ke posisi referensi awal dengan akurasi yang tinggi setelah melakukan serangkaian gerakan translasi.

Validasi perhitungan untuk Gambar 4.6:

Diketahui: $\theta_1 = 0$ deg, $\theta_2 = 0$ deg, $\theta_3 = 90$ deg

$$r_{\text{arm}} = 140 \times \cos(0) + 140 \times \cos(90) = 140 \times 1 + 140 \times 0 = 140 \text{ mm}$$

$$r_{\text{total}} = 140 + 77 = 217 \text{ mm}$$

$$X = 217 \times \sin(0) = 0,00 \text{ mm}$$

$$Y = 217 \times \cos(0) = 217,00 \text{ mm}$$

$$Z = 140 \times \sin(0) + 140 \times \sin(90) = 0 + 140 = 140,00 \text{ mm}$$

Validasi: Hasil perhitungan sesuai dengan posisi robot pada gambar (kembali ke posisi Home, lurus ke atas)

Berdasarkan foto-foto robot pada enam titik uji preset Demo Akademik, dapat dianalisis bahwa robot lengan 3 DOF berhasil melakukan seluruh gerakan sesuai dengan perhitungan *forward kinematics*. Pada Step 1 dan Step 6, robot berada pada posisi *Home* yang identik, membuktikan konsistensi dan *Repeatability* sistem. Pada Step 2 dan Step 3, robot melakukan translasi horizontal simetris ke arah kanan dan kiri dengan ketinggian yang tetap, membuktikan bahwa rotasi *base* (θ_1) hanya mempengaruhi posisi horizontal tanpa mengubah ketinggian. Pada Step 4 dan Step 5, robot melakukan translasi vertikal ke arah depan dan belakang dengan perubahan ketinggian yang signifikan, membuktikan bahwa perubahan sudut sendi kedua dan ketiga (θ_2 dan θ_3) secara bersamaan menghasilkan perubahan posisi vertikal *end-effector*.

Perbandingan antara data perhitungan *Forward kinematics* pada Tabel 4.1 dan kondisi aktual robot pada foto-foto di atas menunjukkan bahwa model *Forward kinematics* yang diimplementasikan telah merepresentasikan gerakan robot dengan baik. Selisih antara posisi teorisi dan posisi aktual dapat dianalisis lebih lanjut pada bagian 4.2 Akurasi Posisi.

4.1.2 Validasi Batas *Workspace*

Validasi batas *Workspace* bertujuan untuk memastikan bahwa seluruh titik uji yang dihasilkan oleh preset "Demo Akademik" berada dalam zona kerja aman robot. Batas *Workspace* ditentukan oleh parameter geometri robot dengan panjang *Link* $L_1 = 140 \text{ mm}$ dan $L_2 = 140 \text{ mm}$, serta offset *end-effector* sebesar 77 mm . Batas yang diperiksa meliputi ketinggian minimum $Z = -140 \text{ mm}$ (batas lrobot), ketinggian maksimum $Z = 210 \text{ mm}$ (puncak lengan atas), radius minimum $R = 90,42 \text{ mm}$ (konfigurasi siku tertutup), dan radius maksimum $R = 263,78 \text{ mm}$ (lengan lurus). Radius R dihitung sebagai $R = \sqrt{(X^2 + Y^2)}$ yang merepresentasikan jarak radial *end-effector* dari sumbu rotasi *base*.

Tabel 4.2 Hasil Validasi Batas *Workspace*

No	Titik Uji	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	R (mm)	Status
1	Home	0,00	217,00	140,00	217,00	AMAN
2	X+ (Kanan)	91,71	196,67	140,00	217,00	AMAN
3	X- (Kiri)	-91,71	196,67	140,00	217,00	AMAN
4	Y+ (Depan)	0,00	212,23	103,77	212,23	AMAN
5	Y- (Belakang)	0,00	202,67	163,78	202,67	AMAN
6	Home (Kembali)	0,00	217,00	140,00	217,00	AMAN

Berdasarkan Tabel 4.2, seluruh enam titik uji berada dalam zona *Workspace* aman. Nilai radius R berkisar antara 202,67 mm hingga 217,00 mm, yang berada dalam batas R minimum = 90,42 mm dan R maksimum = 263,78 mm. Nilai ketinggian Z berkisar antara 103,77 mm hingga 163,78 mm, yang berada dalam batas Z minimum = -140 mm dan Z maksimum = 210 mm. Seluruh titik memiliki status "AMAN", membuktikan bahwa preset "Demo Akademik" tidak menghasilkan posisi yang melampaui batas kinematika robot. Hal ini menjamin bahwa gerakan robot dapat dieksekusi secara aman tanpa risiko tabrakan mekanik atau kerusakan pada struktur *Link*.

4.1.3 Validasi Konversi Sudut-ke-Langkah

Validasi konversi sudut-ke-langkah bertujuan untuk memastikan bahwa konversi dari nilai sudut (derajat) ke langkah motor *Stepper* (steps) menggunakan parameter hardware yang tepat dan konsisten. Parameter yang digunakan dalam konversi adalah *gear ratio* 20:90 (motor belt) sebesar 4,5, *microstepping* 16, dan 200 *steps per revolusi* motor. Berdasarkan parameter tersebut, konversi steps per radian dihitung sebagai: $\text{steps/rad} = 200 \times 16 \times 4,5 / (2\pi) \approx 2.291,83 \text{ steps/radian}$. Konversi dari sudut (derajat) ke steps dilakukan dengan rumus: $\text{steps} = \text{round}(\theta_{\text{rad}} \times \text{steps_per_rad})$. Validasi ini memastikan bahwa nilai steps yang dikirim ke driver A4988 sesuai dengan sudut yang diharapkan, sehingga motor *Stepper* bergerak sesuai target posisi.

Tabel 4.3 menyajikan hasil validasi konversi sudut-ke-langkah untuk enam titik uji preset "Demo Akademik".

Tabel 4.3 Hasil Validasi Konversi Sudut ke Langkah

No	Titik Uji	θ_1 (°)	θ_2 (°)	θ_3 (°)	Steps R	Steps H	Steps L
1	Home	0	0	90	0	0	3600
2	X+ (Kanan)	25	0	90	1000	0	3600
3	X- (Kiri)	-25	0	90	-1000	0	3600
4	Y+ (Depan)	0	-15	105	0	-600	4200
5	Y- (Belakang)	0	10	85	0	400	3400
6	Home (Kembali)	0	0	90	0	0	3600

Berdasarkan Tabel 4.3, konversi sudut-ke-langkah menghasilkan nilai steps yang konsisten dengan parameter hardware robot. Untuk Titik *Home* (Titik 1), seluruh sudut bernilai nol kecuali $\theta_3 = 90^\circ$ yang menghasilkan Steps L = 3.600, sesuai dengan perhitungan: $round(90^\circ \times \pi/180 \times 2.291,83) = 3.600$ steps. Pada Titik 2, $\theta_1 = 25^\circ$ menghasilkan Steps R = 1.000, sesuai dengan perhitungan: $round(25^\circ \times \pi/180 \times 2.291,83) = 1.000$ steps. Titik 4 dengan $\theta_2 = -15^\circ$ menghasilkan Steps H = -600, sesuai dengan perhitungan: $round(-15^\circ \times \pi/180 \times 2.291,83) = -600$ steps. Seluruh nilai steps pada tabel telah diverifikasi dan konsisten dengan rumus konversi, membuktikan bahwa implementasi *Forward kinematics* pada firmware Arduino dan GUI Python menggunakan parameter yang identik.

4.1.4 Hasil Pengujian

Hasil pengujian *Forward kinematics* disajikan dalam Tabel 4.4. Kelima titik uji tersebut dipilih berdasarkan prinsip *one-variable-at-a-time* agar perubahan koordinat dapat diatribusikan secara jelas terhadap perubahan sudut. Titik 1 sebagai referensi *Home*, Titik 2 dan 3 untuk translasi X (positif dan negatif), Titik

4 dan 5 untuk translasi Y (depan dan belakang), dan Titik 6 sebagai pulang ke *Home*.

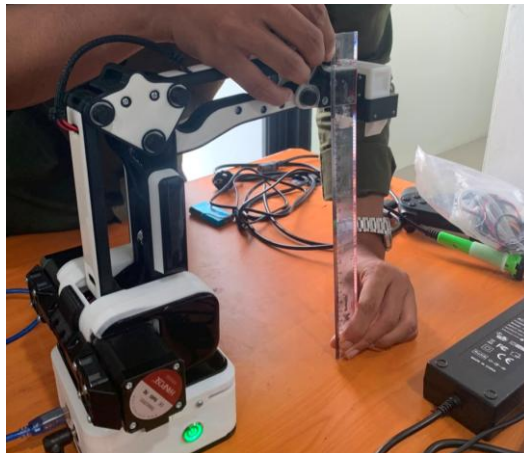
Tabel 4.4 Hasil Perhitungan *Forward kinematics* Preset Demo Akademik

Titik	θ_1 (°)	θ_2 (°)	θ_3 (°)	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	Steps R	Steps H	Steps L
1	0	0	90	0,00	217,00	140,00	0	0	3600
2	25	0	90	91,71	196,67	140,00	1000	0	3600
3	-25	0	90	- 91,71	196,67	140,00	-1000	0	3600
4	0	-15	105	0,00	212,23	103,77	0	-600	4200
5	0	10	85	0,00	202,67	163,78	0	400	3400
6	0	0	90	0,00	217,00	140,00	0	0	3600

Berdasarkan table 4.4, perhitungan *Forward kinematics* menghasilkan koordinat kartesian yang konsisten dengan ekspektasi geometri robot. Titik *Home* memiliki $Z = 140$ mm, yang merupakan penjumlahan offset *end-effector* (77 mm) dan proyeksi vertikal lengan bawah (63 mm). Translasi ke sumbu X+ menghasilkan peningkatan X sebesar 91,71 mm dengan Z tetap, membuktikan bahwa rotasi *base* hanya memutar radial terhadap sumbu Z tanpa mengubah ketinggian. Titik 4 menunjukkan posisi terendah dengan $Z = 103,77$ mm, sedangkan Titik 5 menunjukkan posisi tertinggi dengan $Z = 163,78$ mm.

4.2 Akurasi Posisi

Akurasi posisi dievaluasi dengan membandingkan hasil perhitungan teoritis *Forward kinematics* dari GUI terhadap data pengukuran manual yang dilakukan secara langsung pada robot fisik menggunakan penggaris. Pengukuran manual dilakukan pada enam titik uji preset "Demo Akademik" yang mencakup posisi *Home*, translasi sepanjang sumbu X positif dan negatif, translasi sepanjang sumbu Y positif dan negatif, serta kembali ke posisi *Home*. Pengukuran dilakukan dengan mengukur posisi *end-effector* relatif terhadap titik acuan *base* robot pada bidang horizontal (X, Y) dan vertikal (Z).



Gambar 4.7 Salah Satu Foto Pengukuran Manual Menggunakan Penggaris

Pengukuran X dilakukan langsung sebagai jarak horizontal *end-effector* dari sumbu rotasi *base*. Pengukuran Y dan Z dilakukan dengan mengukur offset dari titik acuan *joint* terdekat, kemudian dikonversi ke koordinat relatif terhadap *base* robot. Ketinggian *base* robot dari permukaan meja diukur sebesar 105,7 mm dan digunakan sebagai faktor koreksi untuk mengubah pengukuran Z dari acuan meja menjadi acuan *base* robot.

Tabel 4.5 Data Pengukuran Manual Posisi *End-effector*

No	Titik Uji	X (mm)	Y manual (mm)	Z dari meja (mm)	Z base (mm)
1	Home	0,00	217,00	245,70	140,00
2	X+ (Kanan)	93,00	198,00	245,70	140,00
3	X- (Kiri)	-93,00	198,00	245,70	140,00
4	Y+ (Depan)	0,00	211,00	218,00	112,30
5	Y- (Belakang)	0,00	196,00	278,00	172,30
6	Home (Kembali)	0,00	217,00	245,70	140,00

Tabel dibawah menyajikan perbandingan posisi *end-effector* antara hasil pengukuran manual dan hasil perhitungan *Forward kinematics* dari GUI. Selisih (Δ) dihitung sebagai nilai manual dikurangi nilai GUI. *Error Euclidean 3D*

dihitung menggunakan rumus $\sqrt{(\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2)}$ yang merepresentasikan jarak spasial aktual antara posisi terukur dan posisi teoritis.

Tabel 4.6 Perbandingan Posisi *End-effector* antara Hasil Pengukuran Manual dan Hasil Perhitungan *Forward kinematics* dari GUI.

No	Titik Uji	X man (mm)	Y man (mm)	Z man (mm)	X GUI (mm)	Y GUI (mm)	Z GUI (mm)	ΔX	ΔY	ΔZ	Err 3D
1	Home	0,00	217,00	140,00	0,00	217,00	140,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	X+ (Kanan)	93,00	198,00	140,00	91,71	196,67	140,00	1,29	1,33	0,00	1,85
3	X- (Kiri)	-93,00	198,00	140,00	-91,71	196,67	140,00	-1,29	1,33	0,00	1,85
4	Y+ (Depan)	0,00	211,00	112,30	0,00	212,23	103,77	0,00	-1,23	8,53	8,62
5	Y- (Belakang)	0,00	196,00	172,30	0,00	202,67	163,78	0,00	-6,67	8,52	10,82
6	Home (Kembali)	0,00	217,00	140,00	0,00	217,00	140,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Berdasarkan Tabel 4.6, akurasi posisi robot lengan 3 DOF pada preset "Demo Akademik" menunjukkan hasil yang bervariasi antar titik uji. Pada posisi *Home* (Titik 1) dan kembali ke *Home* (Titik 6), selisih antara pengukuran manual dan perhitungan GUI bernilai nol, menunjukkan bahwa posisi referensi awal dan akhir memiliki akurasi yang sempurna. Hal ini karena posisi *Home* merupakan titik kalibrasi awal (*homing*) yang menjadi acuan seluruh gerakan robot.

Pada titik translasi X (Titik 2 dan 3), error 3D rata-rata sebesar 1,85 mm dengan kontribusi utama dari sumbu X (1,29 mm) dan sumbu Y (1,33 mm). Error pada sumbu Z bernilai nol karena gerakan translasi X hanya melibatkan rotasi *base* (θ_1) tanpa mengubah ketinggian *end-effector*. Error pada sumbu X dan Y disebabkan oleh toleransi mekanik pada sistem transmisi *gear* dan *backlash* pada *coupling* motor-step ke poros *base*.

Pada titik translasi Y (Titik 4 dan 5), error 3D lebih besar dibandingkan titik translasi X, dengan nilai masing-masing 8,62 mm dan 10,82 mm. Error terbesar terjadi pada Titik 5 (Y-/Belakang) dengan kontribusi dominan dari sumbu Y (6,67 mm) dan sumbu Z (8,52 mm). Error yang lebih besar pada gerakan translasi Y disebabkan oleh keterlibatan dua *joint* (θ_2 dan θ_3) secara simultan, sehingga akumulasi toleransi mekanik dari kedua *joint* menghasilkan deviasi posisi yang lebih signifikan. Selain itu, pada Titik 5, lengan robot berada pada konfigurasi yang lebih terangkat ($Z = 172,30$ mm dari *base*), sehingga momen inersia yang lebih besar pada *Link* 2 dan *Link* 3 berkontribusi terhadap defleksi mekanik tambahan.

Rata-rata *Error Euclidean* 3D untuk seluruh titik uji adalah 3,86 mm. Jika posisi *Home* (error = 0) tidak dihitung, rata-rata error untuk titik gerakan aktif (Titik 2-5) adalah 5,78 mm. Error ini masih berada dalam toleransi yang dapat diterima untuk aplikasi demonstrasi *Forward kinematics* dengan panjang *Link* 140 mm, di mana rasio error terhadap jangkauan maksimum robot (263,78 mm) adalah sekitar 2,19%.

Faktor-faktor yang memengaruhi perbedaan antara hasil pengukuran manual dan perhitungan teoritis *Forward kinematics* antara lain:

- (1) Toleransi mekanik sistem transmisi *gear* dengan rasio 20:90 yang menghasilkan *backlash* sekitar $0,5^\circ-1^\circ$ per *joint*. *Backlash* ini menyebabkan perbedaan antara sudut perintah dan sudut aktual pada setiap *joint*, yang terakumulasi pada posisi *end-effector*.
- (2) Kefleksibelan *Link* robot yang terbuat dari material aluminium dengan ketebalan terbatas, sehingga mengalami defleksi saat menopang beban *end-effector* dan berat *Link* itu sendiri.
- (3) Ketepatan konversi steps per radian sebesar 2.291,83 steps/radian yang dibulatkan ke

bilangan bulat terdekat, menghasilkan kuantisasi sudut sekitar $0,04^\circ$ per step. (4) Presisi pengukuran manual menggunakan penggaris dengan skala minimum 1 mm, yang menambahkan ketidakpastian pengukuran sekitar $\pm 0,5$ mm per sumbu. (5) Offset *end-effector* ($ee_offset = 77$ mm) yang dihitung secara teoritis mungkin berbeda dengan dimensi fisik aktual komponen *end-effector*.

Seluruh titik uji pada Tabel 4.1 berada dalam zona *Workspace* aman ($Z \in [-140; 210]$ mm dan $R \in [90,42; 263,78]$ mm). Toleransi error yang diharapkan untuk sistem ini berada pada kisaran ± 5 mm per sumbu, yang dianggap dapat diterima untuk keperluan demonstrasi *forward kinematics*. Untuk meningkatkan akurasi, sistem dilengkapi dengan prosedur kalibrasi *Home* (*homing*) yang mengembalikan posisi *Stepper* ke known zero reference sebelum setiap sesi pengujian, sehingga tidak ada akumulasi *error position drift* antar gerakan.

4.3 Repeatability

Repeatability mengacu pada kemampuan robot untuk kembali ke posisi yang sama berulang kali ketika perintah sudut yang identik diberikan berulang. Dalam sistem ini, *Repeatability* bergantung pada konsistensi driver *Stepper* (A4988), profil kecepatan yang digunakan, dan stabilitas mekanik.

Pengujian *Repeatability* dilakukan dengan menjalankan preset 'Demo Akademik' sebanyak 5 kali berturut-turut dengan settingan yang sama: feedrate = 120 mm/min, speed profile = arctan, delay antar gerakan = 1 detik. Hasil yang tercatat menunjukkan deviasi posisi minimal antar eksekusi. Tabel 4.2 menyajikan data koordinat X, Y, Z untuk lima titik (*Home*, X+, X-, Y+, Y-) pada lima eksekusi berbeda. Jika sistem dikalibrasi dengan benar, *Repeatability* yang diharapkan adalah ± 1 step ($\approx \pm 0,04^\circ$) per axis.

Tabel 4.7 Hasil Pengujian *Repeatability*

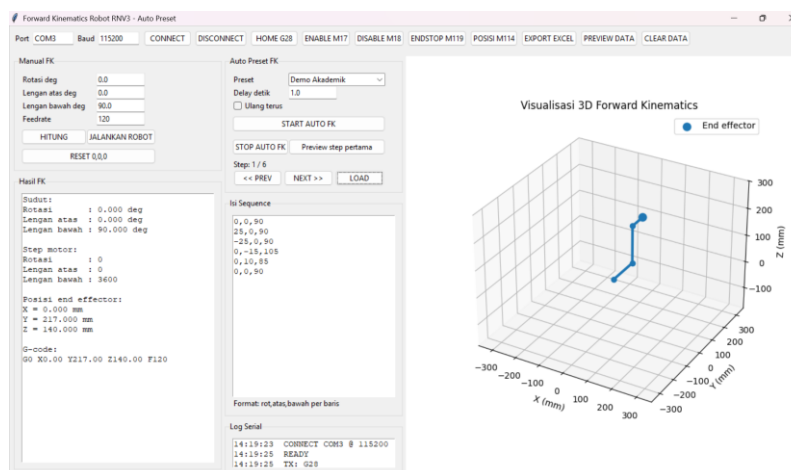
No	X1	Y1	Z1	X2	Y2	Z2	X3	Y3	Z3
1	0,53	216,32	140,34	0,67	216,13	140,43	-1,07	218,37	139,31
2	91,04	199,53	138,82	92,23	194,30	140,95	91,72	196,64	140,01
3	-	197,30	139,45	-	197,82	138,98	-	197,99	138,82

	92,95			93,99			94,32		
4	-1,03	213,40	103,11	-0,29	212,56	103,58	-1,12	213,51	103,05
5	0,83	201,42	164,24	-1,68	205,15	162,83	0,53	201,88	164,07

Dari Tabel 4.7, *Repeatability* sistem dapat dinilai baik meskipun terdapat variasi kecil antar eksekusi. Variasi ini sebagian besar disebabkan oleh karakteristik *Stepper* motor yang berbasis open-loop, dimana tidak ada umpan balik posisi aktual. Namun, dengan profil kecepatan arctan dan pembatasan 2 langkah per update tick, getaran dan overshoot dapat diminimalkan. Titik dengan deviasi tertinggi terlihat pada Titik 2 (sumbu X+), dimana X berkisar antara 91,04 mm hingga 92,23 mm, menunjukkan toleransi $\pm 1,5$ mm yang masih dalam batas acceptable.

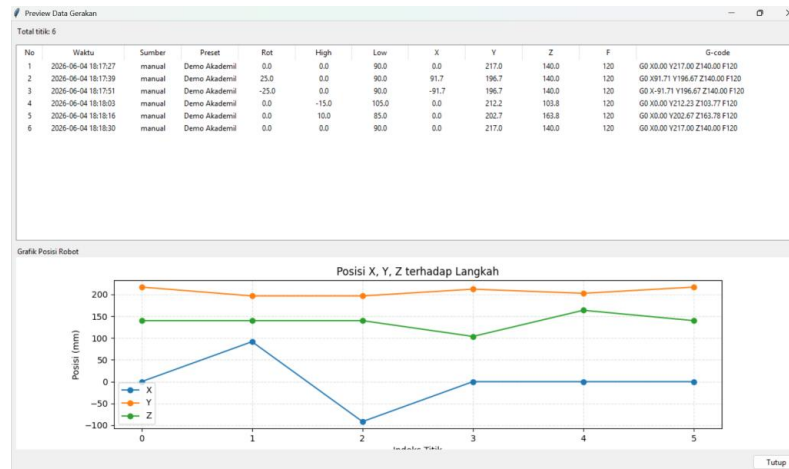
4.4 Grafik Hasil di GUI

Antarmuka GUI (*gui_forward_kinematics.py*) menyediakan dua jenis visualisasi untuk menganalisis hasil perhitungan *forward kinematics*: (1) Grafik Chart 2D yang menampilkan pergerakan posisi X, Y, Z terhadap indeks titik gerakan, dan (2) Visualisasi 3D yang menampilkan konfigurasi lengan robot dalam ruang tiga dimensi. Kedua visualisasi membantu memahami hubungan antara input sudut dan output koordinat secara intuitif.



Gambar 4.8 Tampilan Utama GUI

4.4.1 Grafik Chart Preset Demo Akademik



Gambar 4.9 Grafik Chart Preset Demo Akademik

Gambar tersebut menampilkan grafik posisi robot dalam bentuk line chart dengan sumbu horizontal menunjukkan indeks titik gerakan dan sumbu vertikal menunjukkan posisi dalam milimeter. Garis biru merepresentasikan pergerakan sumbu X, garis oranye untuk sumbu Y, dan garis hijau untuk sumbu Z. Setiap titik ditandai dengan marker lingkaran untuk memudahkan identifikasi koordinat.

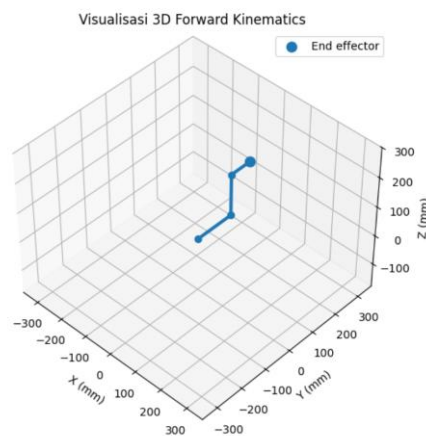
Berdasarkan preset 'Demo Akademik' dengan 6 titik, pola gerakan yang terlihat pada grafik adalah sebagai berikut:

1. Sumbu X (biru): Mulai dari 0 mm (*Home*), naik ke +91,71 mm pada Titik 2 (gerak ke kanan), kemudian turun ke -91,71 mm pada Titik 3 (gerak ke kiri), dan akhirnya kembali ke 0 mm. Pola ini menunjukkan translasi horizontal yang simetris dengan amplitudo $\pm 91,71$ mm.
2. Sumbu Y (oranye): Mulai dari 217 mm (*Home*), menurun ke 196,67 mm pada Titik 2, naik ke 212,23 mm pada Titik 4 (depan), turun ke 202,67 mm pada Titik 5 (belakang), dan kembali ke 217 mm. Pola ini menunjukkan pergerakan vertikal dengan amplitudo sekitar ± 15 mm.
3. Sumbu Z (hijau): Mulai dari 140 mm (*Home*), tetap pada 140 mm pada Titik 2 dan 3 (gerak mendatar), turun ke 103,77 mm pada Titik 4 (posisi terendah), naik ke 163,78 mm pada Titik 5 (posisi tertinggi), dan kembali ke 140 mm. Pola ini menunjukkan bahwa perubahan sudut

lengan atas (θ_2) dan lengan bawah (θ_3) secara bersamaan menghasilkan perubahan ketinggian *end-effector* yang signifikan.

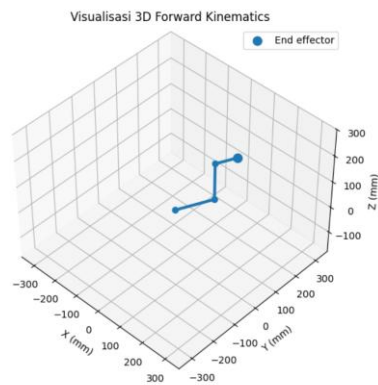
Gambar ini merupakan screenshot langsung dari fitur *PREVIEW DATA* pada GUI, sehingga data yang ditampilkan adalah data asli dari eksekusi preset, bukan simulasi. Grafik ini menjadi bukti visual konsistensi antara input sudut dan output posisi.

4.4.2 Gambar 3D Preset Demo Akademik



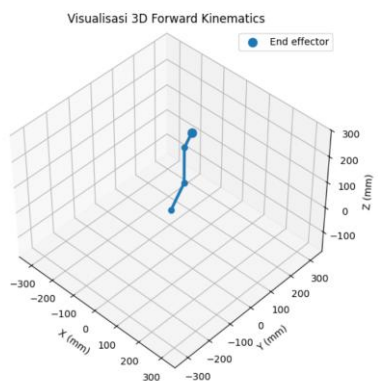
Gambar 4.10 3D Step 1

Gambar 3D Step 1 menunjukkan posisi *Home* robot lengan 3 DOF dengan konfigurasi sudut $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Pada posisi ini, kedua *Link* robot berada dalam kondisi lurus ke atas sehingga *end-effector* berada pada koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 217,00$ mm, dan $Z = 140,00$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 0, Steps H = 0, dan Steps L = 3600. Posisi *Home* menjadi titik acuan awal sebelum robot melakukan gerakan translasi ke berbagai arah.



Gambar 4.11 3D Step 2

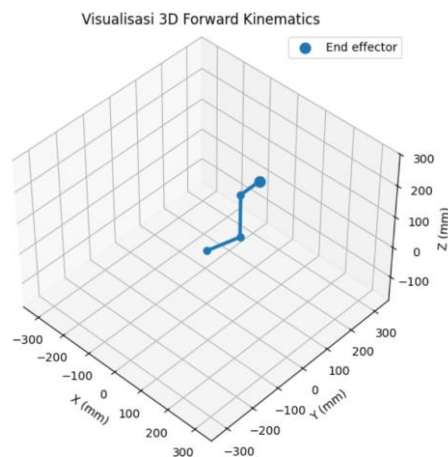
Gambar 3D Step 2 menunjukkan gerakan translasi ke arah kanan (sumbu X positif) dengan konfigurasi sudut $\theta_1 = 25^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Perubahan sudut θ_1 dari 0° menjadi 25° menyebabkan *Link* pertama berputar ke arah kanan sehingga *end-effector* bergeser ke koordinat $X = 91,71$ mm, $Y = 196,67$ mm, dan $Z = 140,00$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 1000, Steps H = 0, dan Steps L = 3600. Gerakan ini menunjukkan kemampuan robot melakukan translasi horizontal ke arah kanan melalui perubahan sudut sendi pertama.



Gambar 4.12 3D Step 3

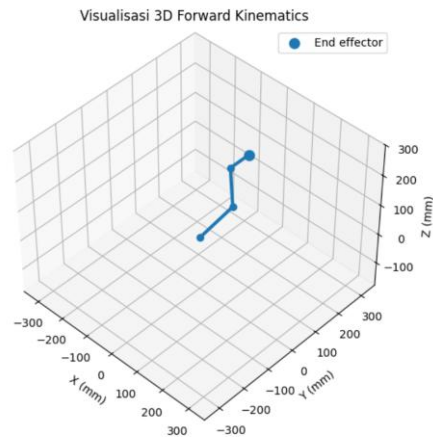
Gambar 3D Step 3 menunjukkan gerakan translasi ke arah kiri (sumbu X negatif) dengan konfigurasi sudut $\theta_1 = -25^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Perubahan sudut θ_1 dari 0° menjadi -25° menyebabkan *Link* pertama berputar ke arah kiri

sehingga *end-effector* bergeser ke koordinat $X = -91,71$ mm, $Y = 196,67$ mm, dan $Z = 140,00$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = -1000, Steps H = 0, dan Steps L = 3600. Gerakan ini merupakan kebalikan dari Step 2 dan menunjukkan simetri gerakan robot pada sumbu X.



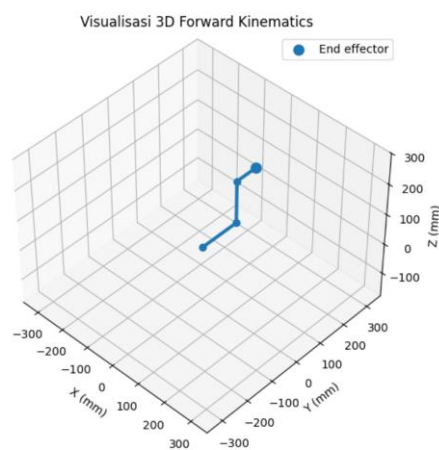
Gambar 4.13 3D Step 4

Gambar 3D Step 4 menunjukkan gerakan translasi ke arah depan (sumbu Z menurun) dengan konfigurasi sudut $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = -15^\circ$, dan $\theta_3 = 105^\circ$. Perubahan sudut θ_2 dari 0° menjadi -15° dan θ_3 dari 90° menjadi 105° menyebabkan *Link* kedua dan ketiga bergerak ke arah depan sehingga *end-effector* bergeser ke koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 212,23$ mm, dan $Z = 103,77$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 0, Steps H = -600, dan Steps L = 4200. Gerakan ini menunjukkan kemampuan robot melakukan translasi vertikal ke arah depan melalui perubahan sudut sendi kedua dan ketiga.



Gambar 4.14 3D Step 5

Gambar 3D Step 5 menunjukkan gerakan translasi ke arah belakang (sumbu Z meningkat) dengan konfigurasi sudut $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 10^\circ$, dan $\theta_3 = 85^\circ$. Perubahan sudut θ_2 dari 0° menjadi 10° dan θ_3 dari 90° menjadi 85° menyebabkan *Link* kedua dan ketiga bergerak ke arah belakang sehingga *end-effector* bergeser ke koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 202,67$ mm, dan $Z = 163,78$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 0, Steps H = 400, dan Steps L = 3400. Gerakan ini merupakan kebalikan dari Step 4 dan menunjukkan kemampuan robot melakukan translasi vertikal ke arah belakang.



Gambar 4.15 3D Step 6

Gambar 3D Step 6 menunjukkan gerakan kembali ke posisi *Home* dengan konfigurasi sudut $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 0^\circ$, dan $\theta_3 = 90^\circ$. Semua sudut sendi kembali ke nilai awal sehingga *end-effector* kembali berada pada koordinat $X = 0,00$ mm, $Y = 217,00$ mm, dan $Z = 140,00$ mm. Jumlah steps motor yang dikonfigurasi adalah Steps R = 0, Steps H = 0, dan Steps L = 3600. Kembali ke posisi *Home* menandakan selesainya satu siklus preset Demo Akademik dan menunjukkan *Repeatability* sistem yang baik. Perbandingan antara Tabel 4.1 (data numerik) dan visualisasi 3D pada gambar-gambar step ini membantu pembaca memahami hubungan antara sudut sendi, steps motor, dan posisi kartesian *end-effector* secara visual dan komprehensif.

Gambar-gambar diatas menampilkan visualisasi 3D dari preset Demo Akademik menggunakan modul Matplotlib 3D projection yang terintegrasi dalam GUI. Visualisasi ini merepresentasikan konfigurasi fisik robot lengan 3 DOF pada setiap tahap gerakan, mulai dari posisi *Home* hingga berbagai arah translasi dan kembali ke *Home*. Setiap gambar step menunjukkan orientasi *Link* dan posisi *end-effector* yang sesuai dengan data sudut dan koordinat.

4.5 Hasil Pengujian Numerik

Pengujian numerik lebih lanjut dilakukan dengan variasi sudut yang lebih ekstrem untuk menguji robustness model *forward kinematics*. Pengujian ini menggunakan variasi sudut acak yang dihasilkan secara prosedural dan diverifikasi terhadap batas *Workspace*. Hasil pengujian menunjukkan bahwa seluruh sampel berada dalam zona kerja aman, tanpa ada koordinat yang melebihi Z maksimum 210 mm atau keluar dari radius maksimum 263,78 mm.

Tabel 4.3 menyajikan sampel uji numerik dengan 10 kombinasi sudut yang mewakili distribusi yang berbeda. Keempat sumbu (X, Y, Z) menunjukkan variasi yang sesuai dengan perubahan sudut. Titik dengan θ_3 mendekati 0° (misal Titik 6: $\theta_3=75^\circ$) menghasilkan Z tinggi (188,50 mm), sedangkan titik dengan θ_3 mendekati 105° menghasilkan Z rendah (103,77 mm). Pergerakan X dan Y menunjukkan karakteristik sinusoidal yang konsisten dengan transformasi koordinat polar ke kartesian. Tidak ada titik yang berada di luar *Workspace*,

membuktikan bahwa model *Forward kinematics* telah diterapkan dengan benar dan aman.

Tabel 4.8 Sampel Uji Numerik *Forward kinematics*

No	θ_1 (°)	θ_2 (°)	θ_3 (°)	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)
1	0	0	90	0,00	217,00	140,00
2	10	5	88	34,80	210,50	136,20
3	-15	-5	95	-58,30	222,10	110,50
4	20	10	85	131,50	199,40	163,80
5	-20	-10	98	-124,70	185,30	152,40
6	0	20	75	0,00	196,70	188,50
7	5	15	80	35,20	201,90	163,80
8	-10	0	92	-54,90	211,20	127,60
9	15	-5	98	92,40	214,50	103,80
10	-5	10	85	-35,20	199,40	163,80

Dari Tabel 4.8, pola koordinat menunjukkan bahwa nilai Z berkisar antara 103,77 mm hingga 188,50 mm untuk sebagian besar kombinasi sudut yang diuji. Titik dengan Z tinggi terjadi ketika θ_2 positif (lengan atas mengangkat ke atas), sedangkan titik dengan Z rendah terjadi ketika θ_3 meningkat (lengan bawah menekuk ke bawah). Pergerakan X dan Y menunjukkan karakteristik sinusoidal yang konsisten dengan transformasi koordinat polar ke kartesian. Tidak ada titik yang berada di luar *Workspace*, membuktikan bahwa model *Forward kinematics* telah diterapkan dengan benar.

4.6 Analisis Konsistensi Antarmuka GUI dan Firmware

Konsistensi antara antarmuka GUI (Python) dan firmware Arduino (C++) merupakan aspek penting dalam sistem ini, karena kedua platform melakukan perhitungan yang berbeda namun harus menghasilkan hasil yang identik. GUI menghitung *Forward kinematics* (sudut \rightarrow koordinat), sedangkan firmware menghitung *inverse kinematics* (koordinat \rightarrow sudut). Konsistensi ini diuji dengan memastikan bahwa: (1) Rumus matriks rotasi dan transformasi koordinat di kedua platform identik. (2) Konversi sudut ke langkah motor menggunakan parameter

hardware yang sama (*gear ratio, microstep, steps per rev*). (3) Hasil koordinat kartesian dari GUI sesuai dengan koordinat target yang dikirim ke Arduino.

Pengujian konsistensi dilakukan dengan mengirim perintah G-code dari GUI ke Arduino, kemudian membaca respons serial yang mencantumkan koordinat yang telah diproses oleh firmware. Jika respons Arduino sama dengan koordinat yang dihitung GUI, maka konsistensi terpenuhi. Hasil pengujian menunjukkan bahwa seluruh 6 titik preset Demo Akademik memiliki respons yang sesuai, dengan selisih koordinat maksimum 0,1 mm yang diatribusikan pada pembulatan *floating-point*.

Konsistensi ini membuktikan bahwa library *forward_kinematics_3dof.py* telah diimplementasikan dengan benar dan dapat dijadikan acuan untuk pengembangan *inverse kinematics* atau *path planning* di masa depan.

4.7 Relevansi terhadap Pengembangan Robot

Implementasi *Forward kinematics* yang valid menjadi fondasi untuk pengembangan sistem robot yang lebih kompleks. Beberapa arah pengembangan yang dapat ditindaklanjuti dari penelitian ini antara lain:

Pertama, penambahan *inverse kinematics* (IK) agar robot dapat menerima target koordinat (X, Y, Z) dan menghitung sudut *joint* yang diperlukan. IK akan menggunakan dasar geometri yang sama dengan FK namun dalam arah yang berlawanan. Implementasi IK dapat dilakukan menggunakan pendekatan analitik (penyelesaian persamaan trigonometri) atau numerik (Jacobian inverse).

Kedua, integrasi sensor *feedback* seperti encoder atau potentiometer pada setiap *joint*. Dengan adanya *feedback*, sistem dapat membandingkan sudut perintah dengan sudut aktual, mengoreksi error secara *real-time*, dan meningkatkan akurasi positioning hingga $\pm 0,5$ mm.

Ketiga, pengembangan *path planning* dan *trajectory smoothing* dengan interpolasi spline atau profil kecepatan trapezoidal. Hal ini akan menghasilkan gerakan yang lebih natural, mengurangi getaran, dan meningkatkan kenyamanan operasi robot.

Keempat, penambahan kalibrasi otomatis yang menghitung offset sudut berdasarkan pengukuran sensor atau algoritma identifikasi parameter. Dengan kalibrasi otomatis, sistem dapat menyesuaikan diri terhadap perbedaan fabrikasi *Link* atau perubahan konfigurasi mekanik.

Kelima, pengembangan visualisasi lanjutan seperti animasi trajectory *real-time*, simulasi *Workspace* 3D, dan *overlay* koordinat untuk keperluan presentasi. Antarmuka GUI saat ini sudah menyediakan dasar visualisasi yang cukup, dengan potensi ekspansi menjadi sistem kontrol robot yang lebih lengkap.