

SKRIPSI

HIMPUNAN MATRIKS ATAS ALJABAR MAX-PLUS

SEBAGAI SUATU SEMIRING

MATRIX SETS OVER MAX-PLUS ALGEBRA AS A SEMIRING



BILAL MUHAMMAD

24010121140104

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2026

PENGESAHAN

SKRIPSI

HIMPUNAN MATRIKS ATAS ALJABAR MAX-PLUS

SEBAGAI SUATU SEMIRING

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

BILAL MUHAMMAD

24010121140104

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

pada tanggal 23 Juni 2026

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Dr. Nikken Prima Puspita S.Si., M.Sc.

NIP. 198604132009122007

Penguji,



Suryoto S.Si., M.Si.

NIP. 196807141994031004

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika,



Dr. Sutrisno S.Si., M.Sc.

NIP. 198609012014041003

Pembimbing I/Penguji,



Prof. Dr. Dra. Sunarsih M.Si.

NIP. 195809011986032002

ABSTRAK

HIMPUNAN MATRIKS ATAS ALJABAR MAX-PLUS SEBAGAI SUATU SEMIRING

oleh

Bilal Muhammad

24010121140104

Diberikan ring $(R, +, \cdot)$. Ring $(R, +, \cdot)$ adalah himpunan yang tak kosong dengan dua operasi biner yaitu penjumlahan “+” dan perkalian “ \cdot ” serta memenuhi beberapa aksioma tertentu. Semiring $(S, +, \cdot)$ adalah bentuk perumuman dari struktur aljabar ring dengan menghilangkan aksioma elemen invers terhadap operasi penjumlahannya. Suatu himpunan bagian dari semiring S yang memiliki operasi dan sifat yang sama dengan S disebut subsemiring. Salah satu contoh semiring adalah aljabar max-plus yang dinotasikan \mathbb{R}_{\max} dengan dua operasi binernya yaitu penjumlahan “ \oplus ” yang didefinisikan sebagai maksimum dan perkalian “ \otimes ” yang didefinisikan sebagai penjumlahan biasa. Tugas akhir ini membahas struktur aljabar semiring dan subsemiring dari aljabar max-plus yang diperluas ke matriks berordo 2×2 beserta sifatnya. Hasil penelitian yang telah dilakukan menunjukkan bahwa dari matriks berordo 2×2 dan aljabar max-plus (\mathbb{R}_{\max}) dapat dikonstruksikan suatu semiring dan subsemiringnya. Selain itu, diperlihatkan juga sifat yang dimiliki oleh $M_2(\mathbb{R}_{\max})$.

Kata kunci : Ring, semiring, subsemiring, aljabar max-plus, matriks

ABSTRACT

MATRICES SETS OVER MAX-PLUS ALGEBRA AS A SEMIRING

by

Bilal Muhammad

24010121140104

A ring $(R, +, \cdot)$ is defined as a nonempty set equipped with two binary operations, namely addition “+” and multiplication “ \cdot ”, which satisfy certain axioms. A semiring $(S, +, \cdot)$ is a form of generalization of the algebraic structure of a ring obtained by removing the inverse element axiom with respect to the addition operation. A subset of a semiring S that possesses the same operations and properties as S is called a subsemiring. One example of a semiring is the max-plus algebra denoted by \mathbb{R}_{\max} , whose two binary operations are addition “ \oplus ”, which is defined as the maximum operation, and multiplication “ \otimes ”, which is defined as ordinary addition. This undergraduate thesis discusses the algebraic structure of semirings and subsemirings of the max-plus algebra extended to matrices of order 2×2 along with their properties. The results of the study show that matrices of order 2×2 and the max-plus algebra (\mathbb{R}_{\max}) can be used to construct a semiring and its subsemiring. In addition, the properties possessed by $M_2(\mathbb{R}_{\max})$ are also presented.

Keywords : Ring, semiring, subsemiring, max-plus algebra, matrix