

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN GLOBAL MODEL SVIRP DENGAN
PENULARAN LANGSUNG DAN TIDAK LANGSUNG PADA
PENYEBARAN CAMPAK**

***GLOBAL STABILITY ANALYSIS OF THE SVIRP MODEL WITH DIRECT
AND INDIRECT TRANSMISSION FOR MEASLES SPREAD***



ANNURIYAH MIFTAKHUL FALLAH

24010122120023

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2026

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN GLOBAL MODEL SVIRP DENGAN
PENULARAN LANGSUNG DAN TIDAK LANGSUNG PADA
PENYEBARAN CAMPAK**

***GLOBAL STABILITY ANALYSIS OF THE SVIRP MODEL WITH DIRECT
AND INDIRECT TRANSMISSION FOR MEASLES SPREAD***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat

Sarjana Matematika (S.Mat.)



ANNURIYAH MIFTAKHUL FALLAH

24010122120023

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2026

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PENGESAHAN

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN GLOBAL MODEL SVIRP DENGAN
PENULARAN LANGSUNG DAN TIDAK LANGSUNG PADA
PENYEBARAN CAMPAK**

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

ANNURIYAH MIFTAKHUL FALLAH

24010122120023

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

Pada tanggal 17 April 2026

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,

Nurchaya Yulian Ashar, S.Si., M.Sc.

NIP. 199507032024061001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika,



Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si.

NIP. 197310142000121001

Penguji,

Prof. Dr. Widowati, S.Si., M.Si.

NIP. 196902141994032002

Pembimbing I/Penguji

Anindita Heni dya Permatasari, S.Si., M.Mat.

NIP. 199305232019032021

ABSTRAK

ANALISIS KESTABILAN GLOBAL MODEL SVIRP DENGAN PENULARAN LANGSUNG DAN TIDAK LANGSUNG PADA PENYEBARAN CAMPAK

Oleh

ANNURIYAH MIFTAKHUL FALLAH

24010122120023

Campak merupakan penyakit menular dengan tingkat penularan yang tinggi dan masih menjadi permasalahan kesehatan. Keberadaan individu yang belum terlindungi vaksin serta potensi penularan tidak langsung melalui patogen di lingkungan menyebabkan penyakit ini tetap berisiko menyebar. Oleh karena itu, diperlukan kajian matematis untuk memahami dinamika penyebaran campak. Tujuan utama dari tugas akhir ini adalah menganalisis kestabilan global model penyebaran penyakit campak dengan dua jalur penularan, yaitu penularan langsung melalui individu terinfeksi dan penularan tidak langsung melalui patogen di lingkungan. Model diformulasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial yang terdiri dari kelas *Susceptible* (S), *Vaccinated* (V), *Infected* (I), *Recovered* (R), dan *Pathogen* (P). Analisis kestabilan global dilakukan menggunakan metode Lyapunov. Hasil analisis menunjukkan bahwa model memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik global ketika $\mathcal{R}_0 < 1$, sedangkan titik kesetimbangan endemik stabil asimtotik global ketika $\mathcal{R}_0 > 1$. Simulasi numerik juga dilakukan untuk mendukung hasil analisis yang diperoleh dan menunjukkan bahwa peningkatan laju penularan langsung dan tidak langsung dapat mempertahankan kondisi endemik jika tidak diimbangi oleh cakupan vaksinasi dan tingkat kesembuhan yang memadai.

Kata Kunci: Campak, Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar, Kestabilan Global, Lyapunov

ABSTRACT

GLOBAL STABILITY ANALYSIS OF THE SVIRP MODEL WITH DIRECT AND INDIRECT TRANSMISSION FOR MEASLES SPREAD

By

ANNURIYAH MIFTAKHUL FALLAH

24010122120023

Measles is a highly contagious disease and remains a health problem. The presence of unvaccinated individuals and the potential for indirect transmission through environmental pathogens contribute to the continued risk of disease spread. Therefore, a mathematical study is required to understand the dynamics of measles transmission. The main objective of this study is to analyze the global stability of a measles transmission model with two transmission pathways, namely direct transmission through infected individuals and indirect transmission through pathogens in the environment. The model is formulated as a system of ordinary differential equations consisting of the classes *Susceptible* (S), *Vaccinated* (V), *Infected* (I), *Recovered* (R), and *Pathogen* (P). Global stability analysis is carried out using the Lyapunov function approach. The results show that the model has two equilibrium points: a disease free equilibrium and endemic equilibrium. The disease free equilibrium point is globally asymptotically stable when $\mathcal{R}_0 < 1$, while the endemic equilibrium point is globally asymptotically stable when $\mathcal{R}_0 > 1$. Numerical simulations were also conducted to support the analysis results obtained and showed that increasing direct and indirect transmission rates could maintain endemic conditions if not balanced by adequate vaccination coverage and recovery rates.

Keywords: Measles, Equilibrium Point, Basic Reproduction Number, Global Stability, Lyapunov