

**SKRIPSI**

**PELABELAN  $L(3, 2, 1)$  PADA GRAF *STAR* DAN GRAF *WHEEL***

***L(3,2,1) LABELING ON STAR GRAPH AND WHEEL GRAPH***



**YUDITIA FRENDY ARDHIANTO**

**24010121130038**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA**

**UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**SEMARANG**

**2025**

**SKRIPSI**

**PELABELAN  $L(3, 2, 1)$  PADA GRAF *STAR* DAN GRAF *WHEEL***

***$L(3, 2, 1)$  LABELING ON STAR GRAPH AND WHEEL GRAPH***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana  
Matematika (S.Mat)



YUDITIA FRENDY ARDHIANTO

24010121130038

**DEPARTEMEN MATEMATIKA**

**FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA**

**UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**SEMARANG**

**2025**

**HALAMAN PENGESAHAN**

**SKRIPSI**

**PELABELAN  $L(3, 2, 1)$  PADA GRAF *STAR* DAN GRAF *WHEEL***

Telah dipersiapkan dan disusun oleh:

Yuditia Frendy Ardianto

24010121130038

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji

Pada tanggal 4 Agustus 2025

Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,

Penguji,

Dr. Lucia Ratnasari, S.Si., M.Si.

NIP. 1971106271998022001

Dr. Dra. Titi Udjiani SRRM., M.Si.

NIP. 196402231991022001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika,

Pembimbing I/Penguji,

Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si.

NIP. 1974101420001210001

R. Heri Soelistyo Utomo, S.Si., M.Si.

NIP. 197202031998021001

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 28 Juli 2025

Yuditia Frendy Ardianto

## HALAMAN PERSEMBAHAN

**Kupersembahkan karya ini untuk:**

*Ilmu pengetahuan, khususnya dalam Ilmu Matematika,*

*Diriku yang sudah berjuang hingga saat ini,*

*Kedua orang tuaku, Edy Muryanto dan Endang Juwariyah,*

*Kakakku, Irsandi Nugraha Setiabudi,*

*Khotimah Nur Hidayanti yang selalu mendukung untuk menyelesaikan skripsi ini,*

*dan teman-teman yang selalu mendukung,*

*dengan bantuan rahmat Allah yang Maha Esa.*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “Pelabelan  $L(3,2,1)$  pada Graf *Star* dan Graf *Wheel*”.

Keberhasilan penulisan penelitian ini tidak terlepas dari bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Kusworo Adi, S.Si., M.T. selaku Dekan Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.
2. Bapak Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si., selaku Ketua Departemen Matematika Universitas Diponegoro.
3. Bapak Dr. Moch. Fandi Ansori, M.Si. selaku koordinator mata kuliah Tugas Akhir.
4. Bapak Robertus Heri Soelistyo Utomo, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Ibu Dr. Lucia Ratnasari, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan arahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.
5. Keluarga tercinta, terutama Bapak, Ibu, dan Mas Sandi, yang senantiasa menjadi sumber kekuatan melalui doa yang tak terputus, dukungan moril, serta kasih sayang yang tak ternilai harganya selama menempuh pendidikan hingga terselesaikannya tugas akhir ini.
6. Seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, atas segala bentuk bantuan, kontribusi, dan dukungan yang telah diberikan selama proses penyusunan tugas akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kata sempurna dan masih banyak yang harus dibenahi. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan. Penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Semarang, 28 Juli 2025

Penulis

## ABSTRAK

### PELABELAN $L(3, 2, 1)$ PADA GRAF *STAR* DAN GRAF *WHEEL*

oleh

Yuditia Frendy Ardhianto

24010121130038

Sebuah graf  $G$  merupakan struktur matematika yang terdiri atas himpunan simpul  $V(G)$  dan himpunan sisi  $E(G)$ . Pelabelan graf merupakan salah satu topik fundamental dalam teori graf yang melibatkan pemetaan simpul atau sisi ke himpunan bilangan. Secara khusus, pelabelan  $L(3,2,1)$  didefinisikan sebagai fungsi  $f$  dari himpunan simpul  $V(G)$  ke himpunan bilangan bulat non-negatif, sedemikian sehingga untuk setiap simpul  $u, v \in V(G)$  memenuhi tiga kondisi: selisih label antara simpul  $u$  dan  $v$  yang berjarak 1 harus lebih besar atau sama dengan 3, selisih label antara simpul  $u$  dan  $v$  yang berjarak 2 harus lebih besar atau sama dengan 2, selisih label antara simpul  $u$  dan  $v$  yang berjarak 3 harus lebih besar atau sama dengan 1. Nilai minimal dari label terbesar yang digunakan dalam pelabelan  $L(3,2,1)$  pada suatu graf  $G$  dinotasikan dengan  $\lambda_{3,2,1}(G)$ . Dalam Tugas Akhir ini, dikonstruksikan pelabelan  $L(3,2,1)$  pada graf *star*  $S_n$  dan graf *wheel*  $W_n$  dengan menggunakan metode induksi matematika. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai minimal label terbesar untuk graf *star*  $\lambda_{3,2,1}(S_n) = 2n + 1$  untuk  $n \geq 3$ . Untuk graf *wheel*  $\lambda_{3,2,1}(W_3) = 9$ ,  $\lambda_{3,2,1}(W_4) = 10$ , dan  $\lambda_{3,2,1}(W_n) = 2n + 1$  untuk  $n \geq 5$ .

**Kata kunci:** Pelabelan  $L(3,2,1)$ , Graf *Star*, Graf *Wheel*, Induksi Matematika

## ABSTRACT

### ***$L(3,2,1)$ LABELING ON STAR GRAPH AND WHEEL GRAPH***

by

Yuditia Frendy Ardhianto

24010121130038

A graph  $G$  is a mathematical structure that consists of a vertex set  $V(G)$  and an edge set  $E(G)$ . Graph labeling is a fundamental topic in graph theory that involves the mapping of vertices or edges to a set of numbers. Specifically, an  $L(3,2,1)$ -labeling is defined as a function  $f$  from the vertex set  $V(G)$  to the set of non-negative integers, such that for any two vertices  $u, v \in V(G)$  the following three conditions are satisfied: the difference between the labels of vertices  $u$  and  $v$  at distance 1 must be at least 3; at distance 2, the difference must be at least 2; and at distance 3, it must be at least 1. The minimum value of the largest label used in an  $L(3,2,1)$ -labeling of a graph  $G$  is called the  $L(3,2,1)$ -labeling number, denoted by  $\lambda_{3,2,1}(G)$ . In this thesis, an  $L(3,2,1)$ -labeling for star graphs  $S_n$  and wheel graphs  $W_n$  is constructed using the method of mathematical induction. The research results show that the  $L(3,2,1)$ -labeling number for star graphs is  $\lambda_{3,2,1}(S_n) = 2n + 1$  for  $n \geq 3$ . For wheel graphs,  $\lambda_{3,2,1}(W_3) = 9$ ,  $\lambda_{3,2,1}(W_4) = 10$ , and  $\lambda_{3,2,1}(W_n) = 2n + 1$  for  $n \geq 5$ .

**Keywords:**  $L(3,2,1)$ -labeling, Star Graph, Wheel Graph, Mathematical Induction