

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR TABEL.....	viii
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR SIMBOL DAN SINGKATAN.....	xii
ABSTRAK.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Metodologi Penelitian.....	4
1.7 Sistematika Penulisan	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA DAN LANDASAN TEORI.....	6
2.1 Tinjauan Pustaka.....	6
2.2 Konsep Peramalan	10
2.3 Peramalan Deret Waktu	11
2.4 Himpunan <i>Fuzzy</i>	13
2.5 Fungsi Keanggotaan <i>Fuzzy</i>	15
2.6 Peramalan <i>Fuzzy Time Series</i>	16
2.7 Peramalan <i>Fuzzy Time Series</i> Chen dan Chen.....	18
2.8 Tingkat Akurasi	21
BAB III PEMBAHASAN.....	23
3.1 <i>Fuzzy Time Series</i> Asosiasi Jangka Pendek Orde-Tiga	23

3.2	<i>Fuzzy Time Series</i> Asosiasi Jangka Panjang Orde-Tiga	51
3.3	Model Peramalan <i>Fuzzy Time Series</i> Berdasarkan Hubungan Logis <i>Fuzzy</i> Orde-Tiga Menggunakan Asosiasi Jangka Pendek dan Asosiasi Jangka Panjang.....	75
3.4	Implementasi Model Peramalan <i>Fuzzy Time Series</i> Berdasarkan Hubungan Logis <i>Fuzzy</i> Orde-Tiga Menggunakan Asosiasi Jangka Pendek dan Asosiasi Jangka Panjang	80
BAB IV PENUTUP		101
4.1	Kesimpulan	101
4.2	Saran	102
DAFTAR PUSTAKA		103
LAMPIRAN.....		105

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di era modern, peramalan berperan penting untuk mengidentifikasi rencana masa depan dalam pengambilan keputusan. Peramalan adalah suatu cara yang dilakukan untuk mengetahui perkiraan nilai data pada masa yang akan datang berdasarkan data pada masa lalu [1]. Model dan hasil peramalan diperoleh dengan mengolah data deret waktu menggunakan analisis deret waktu yang merupakan salah satu metode statistika. Data deret waktu (*Time Series*) adalah sekumpulan data kronologis yang dapat digunakan untuk dasar perencanaan dan penarikan kesimpulan sesuai tren atau pola yang terbentuk [2]. Terdapat beberapa model dalam analisis deret waktu yang dapat diterapkan pada peramalan data, salah satunya yaitu model peramalan deret waktu *fuzzy* atau *Fuzzy Time Series* (FTS) yang populer digunakan dalam beberapa tahun terakhir [3].

Fuzzy Time Series (FTS) merupakan konsep baru yang pertama kali diusulkan oleh Song dan Chissom (1993) dengan tujuan untuk menyelesaikan masalah peramalan di mana data historisnya berupa nilai linguistik [4]. Model peramalan dengan metode *Fuzzy Time Series* (FTS) menganalisis data tanpa menggunakan asumsi apa pun yang biasanya ada pada metode konvensional [5]. Song dan Chissom (1993) mengembangkan metode *Fuzzy Time Series* (FTS) dengan menggunakan teori himpunan *fuzzy* L.Zadeh dan mengaplikasikan *Fuzzy Time Series* pada peramalan jumlah pendaftaran mahasiswa di Universitas Alabama. Selanjutnya pada tahun 1996, Chen mengembangkan model tersebut menggunakan operasi aritmatik yang lebih sederhana [6]. Kemudian, Chen (2002) mengusulkan model baru untuk menangani masalah peramalan dengan menggunakan deret waktu *fuzzy* orde-tinggi [7], di mana data yang digunakan yaitu data historis pendaftaran Universitas Alabama. Model yang diusulkan tersebut memiliki akurasi peramalan yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode yang disajikan

dalam Song dan Chissom (1993) dan Chen (1996). Dari penelitian-penelitian tersebut, berbagai jenis model dikembangkan dan diteliti untuk meningkatkan nilai akurasi peramalan. Pengembangan dan penelitian tersebut biasanya berfokus pada empat aspek yaitu dengan mengoptimalkan partisi interval yang mempertimbangkan distribusi deret waktu, metode fuzzifikasi pada deret waktu diantaranya pembentukan himpunan *fuzzy* segitiga dan himpunan *fuzzy* intuisi adalah metode umum yang digunakan, metode dalam pembentukan *fuzzy logical relationship*, dan metode penentuan bobot *fuzzy logical relationship*. Diantara pengembangan dan penelitian menunjukkan bahwa membentuk *Fuzzy Logical Relationship* (FLR) yang sesuai dalam prakiraan memiliki dampak signifikan terhadap hasil perkiraan [3].

Dalam model peramalan deret waktu *fuzzy*, FLR memiliki peran yang penting. FLR yang berbeda menunjukkan hubungan yang berbeda antara *premis observation* dan *consequent observation* sehingga menghasilkan perkiraan yang berbeda. Para peneliti meyakini bahwa keadaan mendatang dipengaruhi oleh keadaan saat ini. Namun, dengan adanya variasi deret waktu, keadaan mendatang tidak hanya dipengaruhi oleh keadaan saat ini, tetapi juga dipengaruhi oleh keadaan historis jarak jauh [8]. Misalnya, cuaca panas pada pukul 16.00 dan hujan turun empat jam kemudian, dengan mempertimbangkan deret waktu per jam, kita dapat mengartikannya sebagai aturan jika hal tersebut sering terjadi. Hubungan antara kejadian historis jarak jauh dan pengamatan berikutnya disebut asosiasi jangka panjang. Terlihat bahwa ada jenis asosiasi yang berbeda antara *premis observation* dan *consequent observation* seperti keteraturan periodik.

Berdasarkan permasalahan tersebut, dalam tugas akhir ini penulis mengkaji model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* (*Fuzzy Logical Relationship*) orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang. Studi kasus akan menggunakan FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tinggi dan FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tinggi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, rumusan masalah dalam tugas akhir ini sebagai berikut:

1. Bagaimana algoritma model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang?
2. Bagaimana tingkat akurasi yang diperoleh pada model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang?

1.3 Batasan Masalah

Pembahasan tugas akhir ini dibatasi oleh peramalan *fuzzy time series* orde-tinggi menggunakan tren asosiasi jangka pendek dan tren asosiasi jangka panjang. Semesta pembicaraan (U) dipartisi menjadi sepuluh interval. Fungsi keanggotaan yang digunakan yaitu fungsi keanggotaan segitiga. *Fuzzy Logical Relationship* (FLR) dibentuk dengan asosiasi jangka pendek orde-tinggi dan asosiasi jangka panjang orde-tinggi. Keakuratan peramalan dihitung menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) Jumlah FLR asosiasi orde-tinggi dibatasi dengan jeda waktu maksimal yaitu $M = 4$, frekuensi minimal yaitu $V = 3$, dan orde yaitu $h = 3$. Model ini diimplementasikan pada harga saham penutupan PT Telekomunikasi Indonesia Tbk (TLKM).

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah maka tujuan dari tugas akhir ini adalah:

1. Mengetahui algoritma model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang.
2. Mengetahui tingkat akurasi yang diperoleh pada model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian yang telah diuraikan, manfaat penelitian dari tugas akhir ini adalah Menambah wawasan tentang asosiasi jangka panjang dalam membentuk *fuzzy logical relationship* pada model peramalan *fuzzy time series*.

1.6 Metodologi Penelitian

Tugas akhir ini menggunakan metode studi literatur dengan mempelajari dan memahami penelitian sebelumnya tentang peramalan deret waktu *fuzzy* berdasarkan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang yang dikembangkan dengan menggabungkan hasil peramalan *fuzzy logical relationship* tren orde-tinggi. Selain itu, penentuan akurasi peramalan diperoleh menggunakan MAPE.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam tugas akhir ini meliputi tahapan penentuan nilai ramalan dan nilai akurasi dengan FTS asosiasi jangka pendek orde-tinggi dan FTS asosiasi jangka panjang orde-tinggi adalah sebagai berikut:

1. Mendefinisikan semesta pembicaraan (U).
2. Menentukan partisi pada semesta pembicaraan ke dalam beberapa interval.
3. Mendefinisikan himpunan *fuzzy*.
4. Mengubah data deret waktu menjadi data deret waktu *fuzzy* (fuzzifikasi data).
5. Membentuk FLR orde-tinggi.
 - a. FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga
 - b. FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga
6. Membentuk FLR tren orde-tinggi.
 - a. FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga
 - b. FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga
7. Melakukan defuzzifikasi dan perhitungan nilai peramalan *fuzzy time series* dari setiap FLR.
8. Menghitung nilai peramalan akhir.

9. Menghitung tingkat akurasi menggunakan MAPE.
10. Menginterpretasikan hasil dari tingkat akurasi data.

1.7 Sistematika Penulisan

Pada tugas akhir ini terdiri dari 4 bab, yaitu pendahuluan, kajian pustaka dan landasan teori, pembahasan, dan penutup.

Bab I merupakan bab pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metodologi penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II merupakan bab tinjauan pustaka dan landasan teori yang memuat penelitian sebelumnya, konsep peramalan, peramalan deret waktu, himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan *fuzzy*, peramalan *fuzzy time series*, peramalan *fuzzy time series* Chen dan Chen serta tingkat akurasi peramalan.

Bab III merupakan pembahasan yang memuat *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde-tiga, *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga, model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy (Fuzzy Logical Relationship)* orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang, dan implementasi model peramalan beserta tingkat akurasinya.

Bab IV merupakan penutup yang memuat kesimpulan dari hasil pembahasan pada bab sebelumnya dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB III PEMBAHASAN

Pada bab III ini akan dibahas mengenai konsep *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde-tiga, *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga, model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang. Pada bab ini juga akan dilakukan studi kasus sebagai bentuk penerapan model.

Fuzzy time series merupakan perluasan dari teori himpunan *fuzzy* dan konsep variabel linguistik yang dikemukakan oleh L. Zadeh. Peramalan *fuzzy time series* pertama kali diperkenalkan tahun 1993 oleh Song dan Chissom. Peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde tinggi merupakan model *fuzzy time series* yang diusulkan oleh Chen tahun 2002 dimana data historis yang digunakan lebih dari satu ($h \geq 2$). Kemudian dikembangkan oleh Chen dan Chen pada tahun 2011.

3.1 *Fuzzy Time Series* Asosiasi Jangka Pendek Orde-Tiga

Dalam *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde tinggi terdapat perbedaan dengan *fuzzy time series* biasa yaitu dalam pembentukan *Fuzzy Logical Relationship* (FLR). Berdasarkan Definisi 2.3 dapat dilihat bahwa dalam membentuk *fuzzy time series* dibutuhkan data *time series*, partisi interval (k), himpunan *fuzzy*, dan derajat keanggotaan *fuzzy*. Dalam tugas akhir ini himpunan *fuzzy* didefinisikan [8] sebagai berikut

$$\begin{aligned} A_1 &= [Q(1), Q(1), Q(1) + q] \\ A_i &= [Q(i) - q, Q(i), Q(i) + q], i = 2, 3, \dots, k \\ A_{k+1} &= [Q(k), Q(k) + q, Q(k) + q] \end{aligned} \quad (3.1)$$

dimana q adalah panjang interval.

Himpunan *fuzzy* pada Persamaan (3.1) akan digunakan dalam perhitungan derajat keanggotaan *fuzzy* dengan data *time series* yang dihitung terhadap A_i dan A_{i+1} . Data *time series* difuzzifikasi sebagai A_{i+1} jika $\mu_{A_i}(x_k) \leq \mu_{A_{i+1}}(x_k)$, sebaliknya difuzzifikasi sebagai A_i jika $\mu_{A_i}(x_k) > \mu_{A_{i+1}}(x_k)$ yang akan dijelaskan pada contoh berikut ini.

Contoh 3.1

Diberikan data *time series* $Y(t) = \{29,50,12,21,43,7,38,40\}$ dengan semesta pembicaraan $U = [5,55]$ yang dipartisi menjadi 5 yaitu $u_1 = [5,15], u_2 = [15,25], u_3 = [25,35], u_4 = [35,45], u_5 = [45,55]$ sehingga diperoleh $D_{min} = 7, D_{max} = 50$ dan $k = 5$ dengan $D_1 = 2, D_2 = 5$.

Semesta pembicaraan didefinisikan $U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2]$ dan panjang interval didefinisikan $q = \frac{D_{max} + D_2 - D_{min} + D_1}{k}$. Himpunan *fuzzy* didefinisikan menggunakan Persamaan (3.1) sebagai berikut:

$$U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2] = [7 - 2, 50 + 5] = [5, 55]$$

$$q = \frac{D_{max} + D_2 - D_{min} + D_1}{k} = \frac{50 + 5 - 7 + 2}{5} = 10$$

$$A_1 = [Q(1), Q(1), Q(1) + q] = [5, 5, 5 + 10] = [5, 5, 15]$$

$$A_2 = [Q(2) - q, Q(2), Q(2) + q] = [15 - 10, 15, 15 + 10] = [5, 15, 25]$$

⋮

$$A_{5+1} = [Q(5), Q(5) + q, Q(5) + q] = [45, 45 + 10, 45 + 10] = [45, 55, 55]$$

sehingga didapatkan himpunan *fuzzy* berikut:

$$A_1 = [5, 5, 15]$$

$$A_2 = [5, 15, 25]$$

$$A_3 = [15, 25, 35]$$

$$A_4 = [25, 35, 45]$$

$$A_5 = [35, 45, 55]$$

$$A_6 = [45, 55, 55]$$

Berdasarkan himpunan *fuzzy* di atas, maka fuzzifikasi setiap anggota himpunan $Y(t)$ menggunakan fungsi keanggotaan segitiga diperoleh sebagai berikut:

Untuk $Y(1) = 29$ dimana $Y(1) \in u_3$, derajat keanggotaan dihitung terhadap A_3 dan A_4

$$\begin{aligned} \mu_{A_3}(Y(1)) &= \mu_{A_3}(29) & \mu_{A_4}(Y(1)) &= \mu_{A_4}(29) \\ &= \frac{35 - 29}{35 - 25} = 0,6 & &= \frac{29 - 25}{35 - 25} = 0,4 \end{aligned}$$

Terlihat bahwa $\mu_{A_3}(Y(1)) > \mu_{A_4}(Y(1))$ sehingga $F(1) = A_3$

Untuk $Y(2) = 50$ dimana $Y(2) \in u_5$, derajat keanggotaan dihitung terhadap A_5 dan A_6

$$\begin{aligned}\mu_{A_5}(Y(2)) &= \mu_{A_5}(50) & \mu_{A_6}(Y(2)) &= \mu_{A_6}(50) \\ &= \frac{55-50}{55-45} = 0,5 & &= \frac{50-45}{55-45} = 0,5\end{aligned}$$

Terlihat bahwa $\mu_{A_5}(Y(2)) \leq \mu_{A_6}(Y(2))$ sehingga $F(2) = A_6$

Untuk $Y(3) = 12$ dimana $Y(3) \in u_1$, derajat keanggotaan dihitung terhadap A_1 dan A_2

$$\begin{aligned}\mu_{A_1}(Y(3)) &= \mu_{A_1}(12) & \mu_{A_2}(Y(3)) &= \mu_{A_2}(12) \\ &= \frac{15-12}{15-5} = 0,3 & &= \frac{12-5}{15-5} = 0,7\end{aligned}$$

Terlihat bahwa $\mu_{A_1}(Y(3)) \leq \mu_{A_2}(Y(3))$ sehingga $F(3) = A_2$

Dengan cara yang sama untuk data *time series* lainnya, diperoleh *fuzzy time series* sebagai berikut

$$\begin{aligned}Y(1) = 29 &\Rightarrow F(1) = A_3 \\ Y(2) = 50 &\Rightarrow F(2) = A_6 \\ Y(3) = 12 &\Rightarrow F(3) = A_2 \\ Y(4) = 21 &\Rightarrow F(4) = A_3 \\ Y(5) = 43 &\Rightarrow F(5) = A_5 \\ Y(6) = 7 &\Rightarrow F(6) = A_1 \\ Y(7) = 38 &\Rightarrow F(7) = A_4 \\ Y(8) = 40 &\Rightarrow F(8) = A_5\end{aligned}$$

Definisi 3.1 *Fuzzy Logic Relationship* [3]

Misalkan F adalah sebuah deret waktu fuzzy, $F(t)(t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$ adalah sebuah elemen dari F , jika $F(t)$ disebabkan oleh $F(t - 1), F(t - 2), \dots, F(t - h)$, dan hubungan ini dapat dinyatakan sebagai

$$F(t - h) \dots F(t - 2)F(t - 1) \rightarrow F(t)$$

maka hubungan ini disebut hubungan logis fuzzy orde h , $h = 1$ dan $h \geq 2$ ($h \in Z_+$) akan menghasilkan hubungan logis fuzzy orde satu dan orde tinggi secara berurutan.

Contoh 3.2

Dengan menggunakan orde $h = 3$, dapat dinyatakan hubungan logis *fuzzy* (FLR) berdasarkan Definisi 3.1 sebagai $F(t - 3)F(t - 2)F(t - 1) \rightarrow F(t)$. Misalkan untuk $t = 4$ pada Contoh 3.1 terlihat $F(1)F(2)F(3) \rightarrow F(4)$ sehingga FLR orde-tiga yang terbentuk yaitu $A_3A_6A_2 \rightarrow A_3$.

Untuk $t = 5$ terlihat $F(2)F(3)F(4) \rightarrow F(5)$ sehingga FLR orde-tiga yang terbentuk yaitu $A_6A_2A_3 \rightarrow A_5$.

Cara yang sama digunakan untuk data yang lain sehingga terbentuk FLR orde-tiga sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F(1)F(2)F(3) \rightarrow F(4) &\Rightarrow A_3A_6A_2 \rightarrow A_3 \\ F(2)F(3)F(4) \rightarrow F(5) &\Rightarrow A_6A_2A_3 \rightarrow A_5 \\ F(3)F(4)F(5) \rightarrow F(6) &\Rightarrow A_2A_3A_5 \rightarrow A_1 \\ F(4)F(5)F(6) \rightarrow F(7) &\Rightarrow A_3A_5A_1 \rightarrow A_4 \\ F(5)F(6)F(7) \rightarrow F(8) &\Rightarrow A_5A_1A_4 \rightarrow A_5 \end{aligned}$$

Definisi 3.2 FLR tren orde tinggi [3]

Diberikan suatu FLR orde tinggi dengan bentuk $A_{i_{p_h}} \dots A_{i_{p_2}} A_{i_{p_1}} \rightarrow A_j$, FLR tren orde tinggi didefinisikan sebagai $\Delta_{i_{p(h-1)}} \dots \Delta_{i_{p_2}} \Delta_{i_{p_1}} \rightarrow \Delta_j$, dimana $\Delta_{i_{p_k}} = i_{p_k} - i_{p(k+1)}$, ($k = 1, 2, \dots, (h - 1)$), $\Delta_j = j - i_{p_1}$. $\Delta_{i_{p(h-1)}} \dots \Delta_{i_{p_2}} \Delta_{i_{p_1}}$ disebut tren dari $A_{i_{p_h}} \dots A_{i_{p_2}} A_{i_{p_1}}$

Contoh 3.3

Berdasarkan Contoh 3.1 diketahui FLR berikut

$$\begin{aligned} A_3A_6A_2 &\rightarrow A_3 \\ A_6A_2A_3 &\rightarrow A_5 \\ A_2A_3A_5 &\rightarrow A_1 \\ A_3A_5A_1 &\rightarrow A_4 \\ A_5A_1A_4 &\rightarrow A_5 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Definisi 3.2 untuk FLR $A_3A_6A_2 \rightarrow A_3$ diperoleh FLR tren orde-tiga yaitu $\Delta_6\Delta_2 \rightarrow \Delta_3$, dimana $\Delta_6 = 6 - 3 = 3$, $\Delta_2 = 2 - 6 = -4$, dan $\Delta_3 = 3 - 2 = 1$ sehingga didapatkan FLR tren $3, -4 \rightarrow 1$.

Untuk FLR $A_6A_2A_3 \rightarrow A_5$ diperoleh FLR tren orde-tiga yaitu $\Delta_2\Delta_3 \rightarrow \Delta_6$, dimana $\Delta_2 = 2 - 6 = -4, \Delta_3 = 3 - 2 = 1$, dan $\Delta_6 = 6 - 3 = 3$ sehingga terbentuk FLR tren $-4, 1 \rightarrow 3$.

Data lainnya diselesaikan dengan cara yang sama sehingga FLR tren orde tiga sebagai berikut

$$\begin{aligned}\Delta_6\Delta_2 \rightarrow \Delta_3 &\Rightarrow 3, -4 \rightarrow 1 \\ \Delta_2\Delta_3 \rightarrow \Delta_5 &\Rightarrow -4, 1 \rightarrow 2 \\ \Delta_3\Delta_5 \rightarrow \Delta_1 &\Rightarrow 1, 2 \rightarrow 4 \\ \Delta_5\Delta_1 \rightarrow \Delta_4 &\Rightarrow 2, -4 \rightarrow 3 \\ \Delta_1\Delta_4 \rightarrow \Delta_5 &\Rightarrow -4, 3 \rightarrow 1\end{aligned}$$

Dari definisi-definisi yang diuraikan di atas, terlihat langkah-langkah pembentukan FLR orde tiga. Berikut ini adalah algoritma peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek[3] orde-tiga

1. Mendefinisikan semesta pembicaraan (U)

Semesta pembicaraan (*universe of discourse*) merupakan himpunan yang berisi semua anggota himpunan yang sedang dibahas. Pada algoritma FTS asosiasi jangka pendek orde-tiga, semesta pembicaraan didefinisikan dengan:

$$U = [D_{min} - D_1; D_{max} + D_2] \quad (3.2)$$

dengan

D_{min} merupakan nilai minimum pada data historis

D_{max} merupakan nilai maksimum pada data historis

D_1 dan D_2 merupakan bilangan positif yang ditentukan oleh user.

2. Mempartisi semesta pembicaraan (U)

Semesta pembicaraan dipartisi menjadi k interval dengan panjang yang sama yang didefinisikan sebagai berikut:

$$q = \frac{D_{max} + D_2 - D_{min} + D_1}{k} \quad (3.3)$$

dengan nilai batas bawah $Q(i)$ dan nilai tengah $m(i)$ dari $u_i (i = 1, 2, \dots, k)$ ditunjukkan oleh:

$$Q(i) = D_{min} - D_1 + q(i - 1) \quad (3.4)$$

$$m(i) = Q(i) + \frac{q}{2} \quad (3.5)$$

dimana $i = 1, 2, \dots, k$.

3. Mendefinisikan himpunan *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* dihitung menggunakan cara pada Persamaan (3.1)

4. Menghitung derajat keanggotaan himpunan *fuzzy*

Tahap ini dilakukan untuk memperoleh derajat keanggotaan dari himpunan *fuzzy* pada setiap interval. Derajat keanggotaan himpunan *fuzzy* dihitung menggunakan fungsi keanggotaan segitiga sesuai Definisi 2.2.

5. Fuzzifikasi data

Fuzzifikasi merupakan proses mengubah data historis menjadi data *fuzzy time series* berdasarkan derajat keanggotaan *fuzzy* yang telah dihitung pada tahap sebelumnya. Pada tahap ini, fuzzifikasi data ditentukan terhadap A_i dan A_{i+1} dengan fuzzifikasi sebagai A_{i+1} jika $\mu_{A_i}(x_k) \leq \mu_{A_{i+1}}(x_k)$ dan sebaliknya fuzzifikasi sebagai A_i jika $\mu_{A_i}(x_k) > \mu_{A_{i+1}}(x_k)$.

6. Membentuk *fuzzy logical relationship* (FLR)

Pada tahap ini dibentuk FLR orde tinggi $A_{i_h} \dots A_{i_2} A_{i_1} \rightarrow A_j$ seperti yang dijelaskan pada Definisi 3.1 dengan $h = 3$.

7. Membentuk FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi ($h = 3$) dari FLR yang sudah dibentuk sebelumnya sesuai dengan Definisi 3.2. Untuk FLR $A_{i_h} \dots A_{i_2} A_{i_1} \rightarrow A_j$, FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi yang sesuai yaitu $(i_{(h-1)} - i_h) \dots (i_3 - i_2)(i_1 - i_2) \rightarrow (i_j - i_1)$ dan ditulis $\Delta_{i_{(h-1)}} \dots \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \Delta_j$

8. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung peramalan $x_{(1,2,\dots,h)}^*$ dari FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi di $R_{(1,2,\dots,h)}^*$

Misalkan $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_h}$ adalah nilai fuzzifikasi pada saat $(t - 1), (t - 2), \dots, (t - h)$. FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi yang ada didefinisikan oleh tren dari $A_{i_h}, \dots, A_{i_2}, A_{i_1}$, yaitu $\Delta_{i_{(h-1)}} \dots \Delta_{i_2} \Delta_{i_1}$.

FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi, $\Delta_{j_{(h-1)}} \dots \Delta_{j_2} \Delta_{j_1} \rightarrow \Delta$, adalah FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi yang tersedia jika memenuhi syarat: $\Delta_{j_s} = \Delta_{i_s}, (s = 1, 2, \dots, h - 1)$

Misalkan $N R$ adalah jumlah semua FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi di $R^*_{(1,2,\dots,h)}$. Berdasarkan nilai $N R$, nilai peramalan $x^*_{(1,2,\dots,h)}$ pada saat dihitung dalam salah satu dari dua kasus yang berbeda berikut ini ($i_l, j_r \in 1, 2, \dots, k + 1, l = 1, 2, \dots, h, h > 1, r = 1, 2, \dots, N R$) :

Kasus 1 : $N R \neq 0$

Misalkan $N R$ FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi yang ada adalah

$$\begin{aligned} &\Delta_{i_{(h-1)}} \dots \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \Delta_{j_1} (v_1) \\ &\Delta_{i_{(h-1)}} \dots \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \Delta_{j_2} (v_2) \\ &\quad \vdots \\ &\Delta_{i_{(h-1)}} \dots \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \Delta_{j_{N R}} (v_{N R}) \end{aligned}$$

maka peramalan $x^*_{(1,2,\dots,h)}$ dihitung menggunakan persamaan berikut

$$x^*_{(1,2,\dots,h)} = 0,5 \times (\bar{x}(i_1) + x') \quad (3.6)$$

dimana

$$x' = \frac{v_1 \times \bar{x}(l_1) + v_2 \times \bar{x}(l_2) + \dots + v_{N R} \times \bar{x}(l_{N R})}{v_1 + v_2 + \dots + v_{N R}} \quad (3.7)$$

$$\bar{x}(a) = \begin{cases} \frac{0,5m(1) + Q(1)}{1,5}, & a = 1 \\ \frac{0,5m(a-1) + Q(a) + 0,5m(a+1)}{2}, & 2 \leq a \leq k \\ \frac{0,5m(a-1) + Q(a-1) + q}{1,5}, & a = k + 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

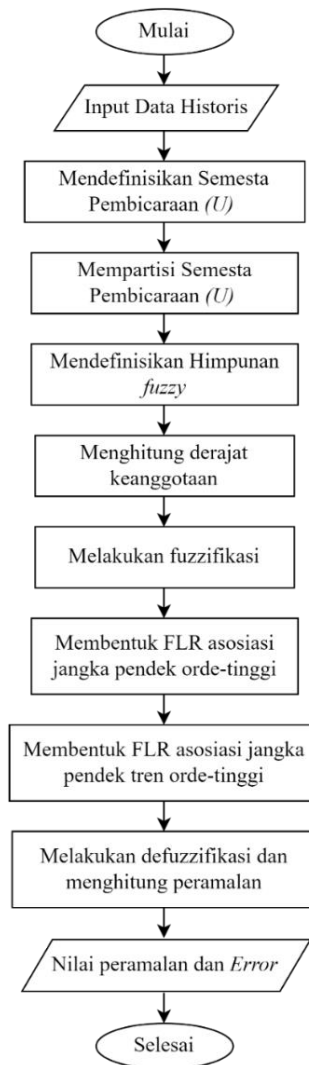
$$l_r = \begin{cases} 1, & i_1 + \Delta_{j_r} < 1 \\ i_1 + \Delta_{j_r}, & 1 \leq i_1 + \Delta_{j_r} \leq k + 1 \quad (r = 1, 2, \dots, N R) \\ k + 1, & i_1 + \Delta_{j_r} > k + 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

dengan v_r adalah frekuensi dari $\Delta_{i_{(h-1)}} \dots \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \Delta_{j_r} (v_r)$, l_r diberikan oleh Persamaan (3.9), $\bar{x}(l_r)$ adalah hasil defuzzifikasi peramalan yang diberikan oleh Persamaan (3.8).

Kasus 2 : $N R = 0$,

karena tidak ada FLR asosiasi pendek tren orde tinggi yang tersedia untuk peramalan dalam kasus ini, prediksi $x^*_{(1,2,\dots,h)}$ diberikan sebagai $\bar{x}(i_1)$ yang dihitung dengan Persamaan (3.8).

Berikut adalah gambar diagram alir dari algoritma peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde-tiga



Gambar 3. 1 Diagram alir peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde-tiga

Contoh 3.4

Berikut adalah data *dummy* yang disajikan pada Tabel 3.1

Tabel 3. 1 Data *dummy*

No	Data Dummy	No	Data Dummy	No	Data Dummy
1	291,02	11	292,55	21	293,96
2	291,79	12	293,16	22	293,17
3	289,58	13	293,01	23	293,88
4	289,56	14	293,83	24	295,45
5	289,88	15	294	25	294,77
6	291,32	16	292,86	26	293,63
7	290,88	17	294	27	292,92
8	293,03	18	294,04	28	293,32
9	292,57	19	293,88	29	294,65
10	291,66	20	294,69	30	294,39

Langkah 1.

Mendefinisikan semesta pembicaraan (U)

Berdasarkan Tabel 3.1, diperoleh nilai D_{min} dan nilai D_{max} masing-masing sebesar 289,56 dan 295,45 serta ditentukan nilai D_1 dan D_2 masing-masing sebesar 4,56 dan 4,55. Selanjutnya semesta pembicaraan (U) didefinisikan menggunakan Persamaan (3.2) sebagai berikut.

$$U = [D_{min} - D_1; D_{max} + D_2]$$

$$U = [289,56 - 4,56; 295,45 + 4,55]$$

$$U = [285; 300]$$

Langkah 2.

Mempartisi semesta pembicaraan (U)

Semesta pembicaraan (U) yang diperoleh pada langkah 1 dipartisi menjadi 10 interval ($k = 10$) dengan panjang setiap intervalnya didapatkan berdasarkan Persamaan (3.3) sebagai berikut.

$$q = \frac{D_{max} + D_2 - D_{min} + D_1}{k} = \frac{295,45 + 4,55 - 289,56 + 4,56}{10} = 1,5$$

Dengan menggunakan Persamaan (3.4) dan Persamaan (3.5) diperoleh sebagai berikut

Untuk $i = 1$

$$Q(1) = D_{min} - D_1 + q(1 - 1) = 289,56 - 4,56 + 1,5(1 - 1) = 285$$

$$m(1) = Q(1) + \frac{q}{2} = 285 + \frac{1,5}{2} = 285,75$$

$$\text{Batas atas} = Q(1) + q = 285 + 1,5 = 286,5$$

Untuk $i = 2$

$$Q(2) = D_{min} - D_1 + q(2 - 1) = 289,56 - 4,56 + 1,5(2 - 1) = 286,5$$

$$m(2) = Q(2) + \frac{q}{2} = 286,5 + \frac{1,5}{2} = 287,25$$

$$\text{Batas atas} = Q(2) + q = 286,5 + 1,5 = 288$$

Dengan cara yang sama, diperoleh partisi sebagai berikut

Tabel 3. 2 Partisi semesta pembicaraan U Contoh 3.4

Interval	Batas Bawah ($Q(i)$)	Nilai Tengah ($m(i)$)	Batas Atas
u_1	285	285,75	286,5
u_2	286,5	287,25	288
u_3	288	288,75	289,5
u_4	289,5	290,25	291
u_5	291	291,75	292,5
u_6	292,5	293,25	294
u_7	294	294,75	295,5
u_8	295,5	296,25	297
u_9	297	297,75	298,5
u_{10}	298,5	299,25	300

Langkah 3. Membentuk himpunan *fuzzy*

Dengan menggunakan Tabel 3.2, didefinisikan himpunan *fuzzy* berdasarkan Persamaan (3.1) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_1 &= [Q(1), Q(1), Q(1) + q] \\ &= [285; 285; 285 + 1,5] = [285; 285; 286,5] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= [Q(2) - q, Q(2), Q(2) + q] \\ &= [286,5 - 1,5; 286,5; 286,5 + 1,5] = [285; 286,5; 288] \end{aligned}$$

$$A_3 = [Q(3) - q, Q(3), Q(3) + q]$$

$$= [288 - 1,5; 288; 288 + 1,5] = [286,5; 288; 289,5]$$

Cara yang sama digunakan sehingga diperoleh himpunan *fuzzy* sebagai berikut:

$$A_1 = [285; 285; 286,5]$$

$$A_2 = [285; 286,5; 288]$$

$$A_3 = [286,5; 288; 289,5]$$

$$A_4 = [288; 289,5; 291]$$

$$A_5 = [289,5; 291; 292,5]$$

$$A_6 = [291; 292,5; 294]$$

$$A_7 = [292,5; 294; 295,5]$$

$$A_8 = [294; 295,5; 297]$$

$$A_9 = [295,5; 297; 298,5]$$

$$A_{10} = [297; 298,5; 300]$$

$$A_{11} = [298,5; 300; 300]$$

Langkah 4. Menentukan derajat keanggotaan himpunan *fuzzy*

Dengan menggunakan himpunan *fuzzy* yang diperoleh pada langkah sebelumnya, maka derajat keanggotaan dihitung menggunakan fungsi keanggotaan segitiga sesuai Definisi 2.2.

Misalkan x_t merupakan data ke- t . Pada Tabel 3.1, untuk $t = 1, x_1 = 291,02$ dimana $x_1 \in u_5$. Selanjutnya derajat keanggotaan dihitung terhadap A_5 dan A_6 .

$$\begin{aligned} \mu_{A_5}(x_1) &= \mu_{A_5}(291,02) & \mu_{A_6}(x_1) &= \mu_{A_6}(291,02) \\ &= \frac{292,5-291,02}{292,5-291} & &= \frac{291,02-291}{292,5-291} \\ &= 0,987 & &= 0,013 \end{aligned}$$

Misalkan untuk $t = 2, x_2 = 291,79$ dimana $x_2 \in u_5$. Selanjutnya derajat keanggotaan dihitung terhadap A_5 dan A_6 .

$$\begin{aligned} \mu_{A_5}(x_2) &= \mu_{A_5}(291,79) & \mu_{A_6}(x_2) &= \mu_{A_6}(291,79) \\ &= \frac{292,5-291,79}{292,5-291} & &= \frac{291,79-291}{292,5-291} \\ &= 0,473 & &= 0,527 \end{aligned}$$

Selanjutnya dengan cara yang sama dihitung derajat keanggotaan pada semua data sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3. 3 Nilai Derajat Keanggotaan Contoh 3.4

t	Data Dummy	u_5	μ_{A_i}	$\mu_{A_{i+1}}$	t	Data Dummy	u_6	μ_{A_i}	$\mu_{A_{i+1}}$
1	291,02	u_5	0,987	0,013	16	292,86	u_6	0,76	0,24
2	291,79	u_5	0,473	0,527	17	294	u_7	1	0
3	289,58	u_4	0,947	0,053	18	294,04	u_7	0,973	0,027
4	289,56	u_4	0,96	0,04	19	293,88	u_6	0,08	0,92
5	289,88	u_4	0,747	0,253	20	294,69	u_7	0,54	0,46
6	291,32	u_5	0,787	0,213	21	293,96	u_6	0,027	0,973
7	290,88	u_4	0,08	0,92	22	293,17	u_6	0,553	0,447
8	293,03	u_6	0,647	0,353	23	293,88	u_6	0,08	0,92
9	292,57	u_6	0,953	0,047	24	295,45	u_7	0,033	0,967
10	291,66	u_5	0,56	0,44	25	294,77	u_7	0,487	0,513
11	292,55	u_6	0,967	0,033	26	293,63	u_6	0,247	0,753
12	293,16	u_6	0,56	0,44	27	292,92	u_6	0,72	0,28
13	293,01	u_6	0,66	0,34	28	293,32	u_6	0,453	0,547
14	293,83	u_6	0,113	0,887	29	294,65	u_7	0,567	0,433
15	294	u_7	1	0	30	294,39	u_7	0,74	0,26

Langkah 5. Fuzzifikasi data

Fuzzifikasi data ditentukan dengan ketentuan sebagai A_{i+1} jika $\mu_{A_i}(x_k) \leq \mu_{A_{i+1}}(x_k)$ dan sebaliknya sebagai A_i jika $\mu_{A_i}(x_k) > \mu_{A_{i+1}}(x_k)$.

Misalkan $t = 1, x_1 = 291,02$ dimana $x_1 \in u_5$. Dengan ketentuan di atas, terlihat bahwa $\mu_{A_5}(x_1) > \mu_{A_6}(x_1)$ sehingga data $x_1 = 291,02$ difuzzifikasi sebagai A_5 .

Misalkan $t = 2, x_2 = 291,79$ dimana $x_2 \in u_5$. Dengan ketentuan di atas, terlihat bahwa $\mu_{A_5}(x_2) \leq \mu_{A_6}(x_2)$ sehingga data $x_2 = 291,79$ difuzzifikasi sebagai A_6 .

Cara yang sama digunakan untuk data yang lain sehingga didapatkan hasil fuzzifikasi seperti pada tabel berikut:

Tabel 3. 4 Hasil fuzzifikasi Contoh 3.4

<i>t</i>	Data Dummy	Fuzzifikasi	<i>t</i>	Data Dummy	Fuzzifikasi
1	291,02	A_5	16	292,86	A_6
2	291,79	A_6	17	294	A_7
3	289,58	A_4	18	294,04	A_7
4	289,56	A_4	19	293,88	A_7
5	289,88	A_4	20	294,69	A_7
6	291,32	A_5	21	293,96	A_7
7	290,88	A_5	22	293,17	A_6
8	293,03	A_6	23	293,88	A_7
9	292,57	A_6	24	295,45	A_8
10	291,66	A_5	25	294,77	A_8
11	292,55	A_6	26	293,63	A_7
12	293,16	A_6	27	292,92	A_6
13	293,01	A_6	28	293,32	A_7
14	293,83	A_7	29	294,65	A_7
15	294	A_7	30	294,39	A_7

Langkah 6. Membentuk *fuzzy logical relationship* (FLR)

Setelah fuzzifikasi data, selanjutnya adalah pembentukan FLR. Misalkan $t = 4$ dengan $h = 3$. Dengan menggunakan Definisi 3.1, terbentuk FLR $F(1)F(2)F(3) \rightarrow F(4)$. Berdasarkan Tabel 3.4, terlihat $F(1) = A_5, F(2) = A_6, F(3) = A_4$ dan $F(4) = A_4$ sehingga diperoleh FLR $A_5A_6A_4 \rightarrow A_4$.

Untuk $t = 5$, terbentuk FLR $F(2)F(3)F(4) \rightarrow F(5)$. Berdasarkan Tabel 3.4, terlihat $F(2) = A_6, F(3) = A_4, F(4) = A_4$ dan $F(5) = A_4$ sehingga diperoleh FLR $A_6A_4A_4 \rightarrow A_4$.

Menggunakan cara yang sama untuk data lainnya terbentuk FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga sebagai berikut:

Tabel 3. 5 FLR Asosiasi jangka pendek orde-tiga Contoh 3.4

<i>t</i>	Data	Fuzzifikasi	FLR	<i>t</i>	Data	Fuzzifikasi	FLR
1	291,02	A_5		16	292,86	A_6	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_6$
2	291,79	A_6		17	294	A_7	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$
3	289,58	A_4		18	294,04	A_7	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$
4	289,56	A_4	$A_5A_6A_4 \rightarrow A_4$	19	293,88	A_7	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_7$
5	289,88	A_4	$A_6A_4A_4 \rightarrow A_4$	20	294,69	A_7	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$
6	291,32	A_5	$A_4A_4A_4 \rightarrow A_5$	21	293,96	A_7	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$

7	290,88	A_5	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_5$	22	293,17	A_6	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_6$
8	293,03	A_6	$A_4A_5A_5 \rightarrow A_6$	23	293,88	A_7	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$
9	292,57	A_6	$A_5A_5A_6 \rightarrow A_6$	24	295,45	A_8	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_8$
10	291,66	A_5	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_5$	25	294,77	A_8	$A_6A_7A_8 \rightarrow A_8$
11	292,55	A_6	$A_6A_6A_5 \rightarrow A_6$	26	293,63	A_7	$A_7A_8A_8 \rightarrow A_7$
12	293,16	A_6	$A_6A_5A_6 \rightarrow A_6$	27	292,92	A_6	$A_8A_8A_7 \rightarrow A_6$
13	293,01	A_6	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_6$	28	293,32	A_7	$A_8A_7A_8 \rightarrow A_7$
14	293,83	A_7	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_7$	29	294,65	A_7	$A_7A_8A_7 \rightarrow A_7$
15	294	A_7	$A_6A_6A_7 \rightarrow A_7$	30	294,39	A_7	$A_8A_7A_7 \rightarrow A_7$

Langkah 7. Membentuk FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi

Misalkan untuk $t = 4$ pada Tabel 3.5 dan berdasarkan Definisi 3.2 diperoleh FLR tren orde-tiga dari $A_5A_6A_4 \rightarrow A_4$ yaitu $\Delta_6\Delta_4 \rightarrow \Delta_4$, dimana $\Delta_6 = 6 - 5 = 1$, $\Delta_4 = 4 - 6 = -2$, dan $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$ sehingga terbentuk FLR tren $1, -2 \rightarrow 0$.

Misalkan untuk $t = 5$ diperoleh FLR tren orde-tiga dari $A_6A_4A_4 \rightarrow A_4$ yaitu $\Delta_4\Delta_4 \rightarrow \Delta_4$, dimana $\Delta_4 = 4 - 6 = -2$, $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$, dan $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$ sehingga terbentuk FLR tren $-2, 0 \rightarrow 0$.

Dengan cara yang sama didapatkan FLR tren orde-tiga sebagai berikut:

Tabel 3. 6 FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga Contoh 3.4

t	Data Dummy	FLR	FLR Tren Orde-tiga
1	291,02		
2	291,79		
3	289,58		
4	289,56	$A_5A_6A_4 \rightarrow A_4$	$1, -2 \rightarrow 0$
5	289,88	$A_6A_4A_4 \rightarrow A_4$	$-2, 0 \rightarrow 0$
6	291,32	$A_4A_4A_4 \rightarrow A_5$	$0, 0 \rightarrow 1$
7	290,88	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_5$	$0, 1 \rightarrow 0$
8	293,03	$A_4A_5A_5 \rightarrow A_6$	$1, 0 \rightarrow 1$
9	292,57	$A_5A_5A_6 \rightarrow A_6$	$0, 1 \rightarrow 0$
10	291,66	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_5$	$1, 0 \rightarrow -1$
11	292,55	$A_6A_6A_5 \rightarrow A_6$	$0, -1 \rightarrow 1$
12	293,16	$A_6A_5A_6 \rightarrow A_6$	$-1, 1 \rightarrow 0$
13	293,01	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_6$	$1, 0 \rightarrow 0$
14	293,83	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_7$	$0, 0 \rightarrow 1$
15	294	$A_6A_6A_7 \rightarrow A_7$	$0, 1 \rightarrow 0$

16	292,86	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_6$	1, 0 \rightarrow -1
17	294	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$	0, -1 \rightarrow 1
18	294,04	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$	-1, 1 \rightarrow 0
19	293,88	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_7$	1, 0 \rightarrow 0
20	294,69	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$	0, 0 \rightarrow 0
21	293,96	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$	0, 0 \rightarrow 0
22	293,17	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_6$	0, 0 \rightarrow -1
23	293,88	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$	0, -1 \rightarrow 1
24	295,45	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_8$	-1, 1 \rightarrow 1
25	294,77	$A_6A_7A_8 \rightarrow A_8$	1, 1 \rightarrow 0
26	293,63	$A_7A_8A_8 \rightarrow A_7$	1, 0 \rightarrow -1
27	292,92	$A_8A_8A_7 \rightarrow A_6$	0, -1 \rightarrow -1
28	293,32	$A_8A_7A_8 \rightarrow A_7$	-1, -1 \rightarrow 1
29	294,65	$A_7A_8A_7 \rightarrow A_7$	-1, 1 \rightarrow 0
30	294,39	$A_8A_7A_7 \rightarrow A_7$	1, 0 \rightarrow 0

Setelah FLR tren orde-tiga terbentuk, selanjutnya mengelompokkan FLR tren orde tinggi berdasarkan frekuensinya. Misal FLR tren $-2, 1 \rightarrow 0$ terdapat satu yaitu pada data ke-5.

Misal FLR tren $-1, -1 \rightarrow 1$ terdapat satu yaitu pada data ke-28. Begitu pun dengan FLR tren yang lain terlihat pada tabel berikut

Tabel 3. 7 FLR tren orde-tiga berdasarkan frekuensi

FLR Tren Orde-tiga	ν	FLR Tren Orde-tiga	ν
-2, 0 \rightarrow 0	1	0, 0 \rightarrow 1	2
-1, -1 \rightarrow 1	1	0, 1 \rightarrow 0	3
-1, 1 \rightarrow 0	3	1, -2 \rightarrow 0	1
-1, 1 \rightarrow 1	1	1, 0 \rightarrow -1	3
0, -1 \rightarrow -1	1	1, 0 \rightarrow 0	3
0, -1 \rightarrow 1	3	1, 0 \rightarrow 1	1
0, 0 \rightarrow -1	1	1, 1 \rightarrow 0	1
0, 0 \rightarrow 0	2		

Langkah 8. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung peramalan

Setelah mengelompokkan FLR tren orde tinggi berdasarkan frekuensinya, dilakukan defuzzifikasi $\bar{x}(A_j)$ setiap himpunan fuzzy $A_j(1,2, \dots, 11)$ berdasarkan Persamaan (3.7) dan Tabel 3.2.

Misal $i = 1$, diperoleh A_1 ,

$$A_1 = \frac{0,5m(1) + Q(1)}{1,5} = \frac{0,5 \cdot 285,75 + 285}{1,5} = 285,25$$

Misal $i = 2$, diperoleh A_2 ,

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{0,5m(1) + Q(2) + 0,5m(3)}{2} \\ &= \frac{0,5 \cdot 285,75 + 286,5 + 0,5 \cdot 288,75}{2} \\ &= 286,875 \end{aligned}$$

Menggunakan cara yang sama, diperoleh hasil defuzzifikasi dari setiap himpunan *fuzzy*.

Tabel 3. 8 Defuzzifikasi himpunan *fuzzy*

Himpunan <i>Fuzzy</i>	Defuzzifikasi
A_1	285,25
A_2	286,875
A_3	288,375
A_4	289,875
A_5	291,375
A_6	292,875
A_7	294,375
A_8	295,875
A_9	297,375
A_{10}	298,875
A_{11}	299,75

Selanjutnya menghitung nilai peramalan untuk setiap FLR pada Tabel 3.5 berdasarkan *premise observation* FLR tren orde-tiga pada Tabel 3.7

Misal untuk $x_5 = 289,88$. Fuzzifikasi dari x_2, x_3, x_4 masing-masing adalah A_6, A_4, A_4 . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_4 = -2, \Delta_4 = 0$. Berdasarkan Tabel 3.7, terdapat satu *premise observation* FLR tren orde-tiga ($\Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \Delta_{j_{NR}} (v_{NR})$) yaitu $-2, 0 \rightarrow 0(1)$ sehingga termasuk dalam kasus 1 : $NR = 1 \neq 0$. Dari FLR ini, akan dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.6)

$$x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (\bar{x}(4) + x')$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_r} = 4 + 0 = 4$$

$$x' = \frac{1 \times \bar{x}(4)}{1} = \bar{x}(4)$$

Berdasarkan Tabel 3.8, diperoleh $x' = \bar{x}(4) = 289,875$ sehingga $x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (289,875 + 289,875) = 289,875$

Misal untuk $x_6 = 291,32$. Fuzzifikasi dari x_3, x_4, x_5 masing-masing adalah A_4, A_4, A_4 . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_4 = 0, \Delta_4 = 0$. Berdasarkan Tabel 3.7, diperoleh *premise observation* FLR tren orde-tinggi

$$0, 0 \rightarrow -1(1)$$

$$0, 0 \rightarrow 0(2)$$

$$0, 0 \rightarrow 1(2)$$

sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 3 \neq 0$. Dari FLR ini, akan dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.6)

$$x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (\bar{x}(4) + x')$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_1} = 4 + (-1) = 3$$

$$l_2 = i_1 + \Delta_{j_2} = 4 + 0 = 4$$

$$l_2 = i_1 + \Delta_{j_3} = 4 + 1 = 5$$

$$x' = \frac{1 \times \bar{x}(3) + 2 \times \bar{x}(4) + 2 \times \bar{x}(5)}{1 + 2 + 2}$$

Berdasarkan Tabel 3.8, diperoleh $x' = 290,175$ sehingga $x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (289,875 + 290,175) = 290,025$

Dengan cara yang sama untuk data yang lainnya didapatkan hasil peramalan sebagai berikut

Tabel 3. 9 Hasil peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde-tiga Contoh 3.4

No	Data Dummy	Nilai Peramalan	No	Data Dummy	Nilai Peramalan
4	289,56	289,875	18	294,04	289,56
5	289,88	289,875	19	293,88	289,88
6	291,32	290,025	20	294,69	291,32
7	290,88	291,375	21	293,96	290,88

8	293,03	291,161	22	293,17	293,03
9	292,57	292,875	23	293,88	292,57
10	291,66	292,661	24	295,45	291,66
11	292,55	291,75	25	294,77	292,55
12	293,16	293,063	26	293,63	293,16
13	293,01	292,661	27	292,92	293,01
14	293,83	293,025	28	293,32	293,83
15	294	294,375	29	294,65	294
16	292,86	294,161	30	294,39	292,86
17	294	293,25			

Selanjutnya akan dihitung nilai akurasi (error) pada hasil peramalan di atas menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Misalkan untuk $t = 4$ memiliki data *dummy* (x_i) 289,56 dan nilai peramalan (x_i^*) 289,875, maka diperoleh,

$$\left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{289,875 - 289,56}{289,56} \right| = 0,00109$$

Untuk $t = 5$ memiliki data *dummy* (x_i) 289,88 dan nilai peramalan (x_i^*) 289,875, maka diperoleh,

$$\left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{289,875 - 289,88}{289,88} \right| = 0,00002$$

Hasil untuk semua data disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3. 10 Nilai MAPE Contoh 3.4

No	Data Dummy	Nilai Peramalan	$\left \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right $
4	289,56	289,875	0,00109
5	289,88	289,875	0,00002
6	291,32	290,025	0,00445
7	290,88	291,375	0,0017
8	293,03	291,161	0,00638
9	292,57	292,875	0,00104
10	291,66	292,661	0,00343
11	292,55	291,75	0,00273
12	293,16	293,063	0,00033
13	293,01	292,661	0,00119
14	293,83	293,025	0,00274

15	294	294,375	0,00128
16	292,86	294,161	0,00444
17	294	293,25	0,00255
18	294,04	289,56	0,00178
19	293,88	289,88	0,00096
20	294,69	291,32	0,00056
21	293,96	290,88	0,00192
22	293,17	293,03	0,00462
23	293,88	292,57	0,00214
24	295,45	291,66	0,003
25	294,77	292,55	0,00375
26	293,63	293,16	0,00692
27	292,92	293,01	0,00625
28	293,32	293,83	0,00104
29	294,65	294	0,0003
30	294,39	292,86	0,00078

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| \times 100\% = \frac{1}{27} \times 0,0674 \times 100\% = 0,2495\%$$

Berdasarkan nilai MAPE tersebut, diperoleh $0,2495\% < 10\%$ sehingga peramalan data *dummy* menggunakan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde tiga memperoleh hasil yang sangat baik.

Contoh 3.5

Berikut adalah data harga penutupan saham PT United Tractors Tbk pada 19 Oktober 2023 sampai 29 November 2023 yang diperoleh dari website <https://finance.yahoo.com/> yang disajikan pada Tabel 3.11

Tabel 3. 11 Data saham PT United Tractors Tbk

No	Tanggal	Harga Penutupan	No	Tanggal	Harga Penutupan
1	19/10/2023	26025	16	09/11/2023	22875
2	20/10/2023	25825	17	10/11/2023	23100
3	23/10/2023	25000	18	13/11/2023	23250
4	24/10/2023	25250	19	14/11/2023	23250
5	25/10/2023	26325	20	15/11/2023	23400
6	26/10/2023	26175	21	16/11/2023	23450
7	27/10/2023	25525	22	17/11/2023	22875

8	30/10/2023	24400	23	20/11/2023	22950
9	31/10/2023	25125	24	21/11/2023	22775
10	01/11/2023	24100	25	22/11/2023	22325
11	02/11/2023	23725	26	23/11/2023	22525
12	03/11/2023	23775	27	24/11/2023	22625
13	06/11/2023	23750	28	27/11/2023	22450
14	07/11/2023	23375	29	28/11/2023	22500
15	08/11/2023	22800	30	29/11/2023	22450

Langkah 1. Mendefinisikan semesta pembicaraan (U)

Semesta pembicaraan (U) didefinisikan menggunakan Persamaan (3.2) sebagai berikut.

$$U = [D_{min} - D_1; D_{max} + D_2]$$

$$U = [22325 - 25; 26325 + 75]$$

$$U = [22300; 26400]$$

Langkah 2. Mempartisi semesta pembicaraan (U)

Semesta pembicaraan dipartisi menjadi 10 interval dengan panjang setiap intervalnya didapatkan berdasarkan Persamaan (3.3) sebagai berikut.

$$q = \frac{D_{max} + D_2 - D_{min} + D_1}{k} = \frac{26325 + 75 - 22325 + 25}{10} = 410$$

Diperoleh partisi sebagai berikut

Tabel 3. 12 Partisi semesta pembicaraan U Contoh 3.5

Interval	Batas Bawah ($Q(i)$)	Nilai Tengah ($m(i)$)	Batas Atas
u_1	22300	22505	22710
u_2	22710	22915	23120
u_3	23120	23325	23530
u_4	23530	23735	23940
u_5	23940	24145	24350
u_6	24350	24555	24760
u_7	24760	24965	25170
u_8	25170	25375	25580
u_9	25580	25785	25990
u_{10}	25990	26195	26400

Langkah 3. Membentuk himpunan *fuzzy*

Dengan menggunakan Tabel 3.12, didefinisikan himpunan *fuzzy* berdasarkan Persamaan (3.1) diperoleh sebagai berikut:

$$A_1 = [22300, 22300, 22710]$$

$$A_2 = [22300, 22710, 23120]$$

$$A_3 = [22710, 23120, 23530]$$

$$A_4 = [23120, 23530, 23940]$$

$$A_5 = [23530, 23940, 24350]$$

$$A_6 = [23940, 24350, 24760]$$

$$A_7 = [24350, 24760, 25170]$$

$$A_8 = [24760, 25170, 25580]$$

$$A_9 = [25170, 25580, 25990]$$

$$A_{10} = [25580, 25990, 26400]$$

$$A_{11} = [25990, 26400, 26400]$$

Langkah 4. Menentukan derajat keanggotaan himpunan *fuzzy*

Misalkan x_t merupakan data ke- t . Pada Tabel 3.12, untuk $t = 1$, $x_1 = 26025$ dimana $x_1 \in u_{10}$. Selanjutnya derajat keanggotaan dihitung terhadap A_{10} dan A_{11} .

$$\begin{aligned} \mu_{A_{10}}(x_1) &= \mu_{A_{10}}(26025) & \mu_{A_{11}}(x_1) &= \mu_{A_{11}}(26025) \\ &= \frac{26400-26025}{26400-25990} & &= \frac{26025-25990}{26400-25990} \\ &= 0,915 & &= 0,085 \end{aligned}$$

Misalkan untuk $t = 2$, $x_2 = 25825$ dimana $x_2 \in u_9$. Selanjutnya derajat keanggotaan dihitung terhadap A_9 dan A_{10} .

$$\begin{aligned} \mu_{A_9}(x_2) &= \mu_{A_9}(25825) & \mu_{A_{10}}(x_2) &= \mu_{A_{10}}(25825) \\ &= \frac{25990-25825}{25990-25580} & &= \frac{25825-25580}{25990-25580} \\ &= 0,402 & &= 0,598 \end{aligned}$$

Selanjutnya dengan cara yang sama dihitung derajat keanggotaan pada semua data sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3. 13 Nilai Derajat Keanggotaan
Contoh 3.5

t	Harga Penutupan	Partisi (i)	μ_{A_i}	$\mu_{A_{i+1}}$
1	26025	u_{10}	0,915	0,085
2	25825	u_9	0,402	0,598
3	25000	u_7	0,415	0,585
4	25250	u_8	0,805	0,195
5	26325	u_{10}	0,183	0,817
6	26175	u_{10}	0,549	0,451
7	25525	u_8	0,134	0,866
8	24400	u_6	0,878	0,122
9	25125	u_7	0,11	0,89
10	24100	u_5	0,61	0,39
11	23725	u_4	0,524	0,476
12	23775	u_4	0,402	0,598
13	23750	u_4	0,463	0,537
14	23375	u_3	0,378	0,622
15	22800	u_2	0,78	0,22
16	22875	u_2	0,598	0,402
17	23100	u_2	0,049	0,951
18	23250	u_3	0,683	0,317
19	23250	u_3	0,683	0,317
20	23400	u_3	0,317	0,683
21	23450	u_3	0,195	0,805
22	22875	u_2	0,598	0,402
23	22950	u_2	0,415	0,585
24	22775	u_2	0,841	0,159
25	22325	u_1	0,939	0,061
26	22525	u_1	0,451	0,549
27	22625	u_1	0,207	0,793
28	22450	u_1	0,634	0,366
29	22500	u_1	0,512	0,488
30	22450	u_1	0,634	0,366

Langkah 5. Fuzzifikasi data

Fuzzifikasi data ditentukan dengan ketentuan sebagai A_{i+1} jika $\mu_{A_i}(x_k) \leq \mu_{A_{i+1}}(x_k)$ dan sebaliknya sebagai A_i jika $\mu_{A_i}(x_k) > \mu_{A_{i+1}}(x_k)$.

Misalkan $t = 1, x_1 = 26025$ dimana $x_1 \in u_{10}$. Dengan ketentuan di atas, terlihat bahwa $\mu_{A_{10}}(x_1) > \mu_{A_{11}}(x_1)$ sehingga data $x_1 = 26025$ difuzzifikasi sebagai A_{10} .

Misalkan $t = 2, x_2 = 25825$ dimana $x_2 \in u_9$. Dengan ketentuan di atas, terlihat bahwa $\mu_{A_9}(x_2) \leq \mu_{A_{10}}(x_2)$ sehingga data $x_2 = 25825$ difuzzifikasi sebagai A_{10} .

Cara yang sama digunakan untuk data yang lain sehingga didapatkan hasil fuzzifikasi seperti pada tabel berikut:

Tabel 3. 14 Hasil fuzzifikasi Contoh 3.5

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi
1	26025	A_{10}	16	22875	A_2
2	25825	A_{10}	17	23100	A_3
3	25000	A_8	18	23250	A_3
4	25250	A_8	19	23250	A_3
5	26325	A_{11}	20	23400	A_4
6	26175	A_{10}	21	23450	A_4
7	25525	A_9	22	22875	A_2
8	24400	A_6	23	22950	A_3
9	25125	A_8	24	22775	A_2
10	24100	A_5	25	22325	A_1
11	23725	A_4	26	22525	A_2
12	23775	A_5	27	22625	A_2
13	23750	A_5	28	22450	A_1
14	23375	A_4	29	22500	A_1
15	22800	A_2	30	22450	A_1

Langkah 6. Membentuk *fuzzy logical relationship* (FLR)

Selanjutnya adalah pembentukan FLR. Misalkan $t = 4$ dengan $h = 3$. Dengan menggunakan Definisi 3.1, terbentuk FLR $F(1)F(2)F(3) \rightarrow F(4)$. Berdasarkan Tabel 3.14, terlihat $F(1) = A_{10}, F(2) = A_{10}, F(3) = A_8$ dan $F(4) = A_8$ sehingga diperoleh FLR $A_{10}A_{10}A_8 \rightarrow A_8$.

Dengan cara yang sama untuk data lainnya terbentuk FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga sebagai berikut:

Tabel 3. 15 FLR Asosiasi jangka pendek orde-tiga Contoh 3.5

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	FLR
1	26025	A_{10}	
2	25825	A_{10}	
3	25000	A_8	
4	25250	A_8	$A_{10}A_{10}A_8 \rightarrow A_8$
5	26325	A_{11}	$A_{10}A_8A_8 \rightarrow A_{11}$
6	26175	A_{10}	$A_8A_8A_{11} \rightarrow A_{10}$
7	25525	A_9	$A_8A_{11}A_{10} \rightarrow A_9$
8	24400	A_6	$A_{11}A_{10}A_9 \rightarrow A_6$
9	25125	A_8	$A_{10}A_9A_6 \rightarrow A_8$
10	24100	A_5	$A_9A_6A_8 \rightarrow A_5$
11	23725	A_4	$A_6A_8A_5 \rightarrow A_4$
12	23775	A_5	$A_8A_5A_4 \rightarrow A_5$
13	23750	A_5	$A_5A_4A_5 \rightarrow A_5$
14	23375	A_4	$A_4A_5A_5 \rightarrow A_4$
15	22800	A_2	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_2$
16	22875	A_2	$A_5A_4A_2 \rightarrow A_2$
17	23100	A_3	$A_4A_2A_2 \rightarrow A_3$
18	23250	A_3	$A_2A_2A_3 \rightarrow A_3$
19	23250	A_3	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_3$
20	23400	A_4	$A_3A_3A_3 \rightarrow A_4$
21	23450	A_4	$A_3A_3A_4 \rightarrow A_4$
22	22875	A_2	$A_3A_4A_4 \rightarrow A_2$
23	22950	A_3	$A_4A_4A_2 \rightarrow A_3$
24	22775	A_2	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_2$
25	22325	A_1	$A_2A_3A_2 \rightarrow A_1$
26	22525	A_2	$A_3A_2A_1 \rightarrow A_2$
27	22625	A_2	$A_2A_1A_2 \rightarrow A_2$
28	22450	A_1	$A_1A_2A_2 \rightarrow A_1$
29	22500	A_1	$A_2A_2A_1 \rightarrow A_1$
30	22450	A_1	$A_2A_1A_1 \rightarrow A_1$

Langkah 7. Membentuk FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi

Misalkan untuk $t = 4$ pada tabel 3.15 dan berdasarkan Definisi 3.2 diperoleh FLR tren orde-tiga dari $A_{10}A_{10}A_8 \rightarrow A_8$ yaitu $\Delta_{10}\Delta_8 \rightarrow \Delta_8$, dimana $\Delta_{10} = 10 - 10 = 0$, $\Delta_8 = 8 - 10 = -2$, dan $\Delta_8 = 8 - 8 = 0$ sehingga terbentuk FLR tren $0, -2 \rightarrow 0$.

Dengan cara yang sama didapatkan FLR tren orde-tiga sebagai berikut:

Tabel 3. 16 FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga Contoh 3.5

t	Harga Penutupan	FLR	FLR Tren Orde-tiga
1	26025		
2	25825		
3	25000		
4	25250	$A_{10}A_{10}A_8 \rightarrow A_8$	$0, -2 \rightarrow 0$
5	26325	$A_{10}A_8A_8 \rightarrow A_{11}$	$-2, 0 \rightarrow 3$
6	26175	$A_8A_8A_{11} \rightarrow A_{10}$	$0, 3 \rightarrow -1$
7	25525	$A_8A_{11}A_{10} \rightarrow A_9$	$3, -1 \rightarrow -1$
8	24400	$A_{11}A_{10}A_9 \rightarrow A_6$	$-1, -1 \rightarrow -3$
9	25125	$A_{10}A_9A_6 \rightarrow A_8$	$-1, -3 \rightarrow 2$
10	24100	$A_9A_6A_8 \rightarrow A_5$	$-3, 2 \rightarrow -3$
11	23725	$A_6A_8A_5 \rightarrow A_4$	$2, -3 \rightarrow -1$
12	23775	$A_8A_5A_4 \rightarrow A_5$	$-3, -1 \rightarrow 1$
13	23750	$A_5A_4A_5 \rightarrow A_5$	$-1, 1 \rightarrow 0$
14	23375	$A_4A_5A_5 \rightarrow A_4$	$1, 0 \rightarrow -1$
15	22800	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_2$	$0, -1 \rightarrow -2$
16	22875	$A_5A_4A_2 \rightarrow A_2$	$-1, -2 \rightarrow 0$
17	23100	$A_4A_2A_2 \rightarrow A_3$	$-2, 0 \rightarrow 1$
18	23250	$A_2A_2A_3 \rightarrow A_3$	$0, 1 \rightarrow 0$
19	23250	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_3$	$1, 0 \rightarrow 0$
20	23400	$A_3A_3A_3 \rightarrow A_4$	$0, 0 \rightarrow 1$
21	23450	$A_3A_3A_4 \rightarrow A_4$	$0, 1 \rightarrow 0$
22	22875	$A_3A_4A_4 \rightarrow A_2$	$1, 0 \rightarrow -2$
23	22950	$A_4A_4A_2 \rightarrow A_3$	$0, -2 \rightarrow 1$
24	22775	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_2$	$-2, 1 \rightarrow -1$
25	22325	$A_2A_3A_2 \rightarrow A_1$	$1, -1 \rightarrow -1$
26	22525	$A_3A_2A_1 \rightarrow A_2$	$-1, -1 \rightarrow 1$
27	22625	$A_2A_1A_2 \rightarrow A_2$	$-1, 1 \rightarrow 0$
28	22450	$A_1A_2A_2 \rightarrow A_1$	$1, 0 \rightarrow -1$
29	22500	$A_2A_2A_1 \rightarrow A_1$	$0, -1 \rightarrow 0$
30	22450	$A_2A_1A_1 \rightarrow A_1$	$-1, 0 \rightarrow 0$

Setelah FLR tren orde-tiga terbentuk, selanjutnya mengelompokkan FLR tren orde tinggi berdasarkan frekuensinya. Misal FLR tren $0, 1 \rightarrow 0$ terdapat dua yaitu pada data ke-18 dan ke-21.

Misal FLR tren $-3, -1 \rightarrow 1$ terdapat satu yaitu pada data ke-12. Begitu pun dengan FLR tren yang lain terlihat pada tabel berikut

Tabel 3. 17 FLR tren orde-tiga berdasarkan frekuensi

FLR Tren Orde-tiga	ν	FLR Tren Orde-tiga	ν
$-3, -1 \rightarrow 1$	1	$0, -2 \rightarrow 1$	1
$-3, 2 \rightarrow -3$	1	$0, -1 \rightarrow -2$	1
$-2, 0 \rightarrow 1$	1	$0, -1 \rightarrow 0$	1
$-2, 0 \rightarrow 3$	1	$0, 0 \rightarrow 1$	1
$-2, 1 \rightarrow -1$	1	$0, 1 \rightarrow 0$	2
$-1, -3 \rightarrow 2$	1	$0, 3 \rightarrow -1$	1
$-1, -2 \rightarrow 0$	1	$1, -1 \rightarrow -1$	1
$-1, -1 \rightarrow -3$	1	$1, 0 \rightarrow -2$	1
$-1, -1 \rightarrow 1$	1	$1, 0 \rightarrow -1$	2
$-1, 0 \rightarrow 0$	1	$1, 0 \rightarrow 0$	1
$-1, 1 \rightarrow 0$	2	$2, -3 \rightarrow -1$	1
$0, -2 \rightarrow 0$	1	$3, -1 \rightarrow -1$	1

Langkah 8. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung peramalan

Selanjutnya dilakukan defuzzifikasi $\bar{x}(A_j)$ setiap himpunan *fuzzy* $A_j(1,2, \dots, 11)$ berdasarkan Persamaan (3.7) dan Tabel 3.12.

Misal $i = 1$, diperoleh A_1 ,

$$A_1 = \frac{0,5m(1) + Q(1)}{1,5} = \frac{0,5 \cdot 22505 + 22300}{1,5} = 22368,333$$

Misal $i = 2$, diperoleh A_2 ,

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{0,5m(1) + Q(2) + 0,5m(3)}{2} \\ &= \frac{0,5 \cdot 22505 + 22710 + 0,5 \cdot 23325}{1,5} \\ &= 22812,5 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh hasil defuzzifikasi dari setiap himpunan *fuzzy*.

Tabel 3. 18 Defuzzifikasi himpunan *fuzzy*

Himpunan <i>Fuzzy</i>	Defuzzifikasi
A_1	22368,333

A_2	22812,5
A_3	23222,5
A_4	23632,5
A_5	24042,5
A_6	24452,5
A_7	24862,5
A_8	25272,5
A_9	25682,5,6
A_{10}	26092,5
A_{11}	26331,667

Selanjutnya menghitung nilai peramalan untuk setiap FLR pada Tabel 3.15 berdasarkan *premise observation* FLR tren orde-tiga pada Tabel 3.17

Misal untuk $x_7 = 25525$ yaitu data pada 27 Oktober 2023. Fuzzifikasi dari x_4, x_5, x_6 masing-masing adalah A_8, A_{11}, A_{10} . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_{11} = 3, \Delta_{10} = -1$. Berdasarkan tabel 3.17, terdapat satu *premise observation* FLR tren orde-tiga ($\Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \Delta_{j_{NR}} (v_{NR})$) yaitu $3, -1 \rightarrow -1(1)$ sehingga termasuk dalam kasus $1 : NR = 1 \neq 0$. Dari FLR ini, akan dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.6)

$$x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (\bar{x}(10) + x')$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_r} = 10 + (-1) = 9$$

$$x' = \frac{1 \times \bar{x}(9)}{1} = \bar{x}(9)$$

Berdasarkan Tabel 3.18, diperoleh $x' = \bar{x}(9) = 25682,5$ dan $\bar{x}(10) = 26092,5$ sehingga $x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (26092,5 + 25682,5) = 25887,5$

Dengan cara yang sama untuk data yang lainnya didapatkan hasil peramalan sebagai berikut

Tabel 3. 19 Hasil peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde-tiga Contoh 3.5

No	Tanggal	Harga Penutupan	Nilai Peramalan
4	24/10/2023	25250	25375
5	25/10/2023	26325	25639,79167

6	26/10/2023	26175	26212,08333
7	27/10/2023	25525	25887,5
8	30/10/2023	24400	25477,5
9	31/10/2023	25125	24862,5
10	01/11/2023	24100	24657,5
11	02/11/2023	23725	23837,5
12	03/11/2023	23775	23837,5
13	06/11/2023	23750	24042,5
14	07/11/2023	23375	23837,5
15	08/11/2023	22800	23427,5
16	09/11/2023	22875	22812,5
17	10/11/2023	23100	23222,5
18	13/11/2023	23250	23222,5
19	14/11/2023	23250	23013,22917
20	15/11/2023	23400	23427,5
21	16/11/2023	23450	23632,5
22	17/11/2023	22875	23427,5
23	20/11/2023	22950	22915
24	21/11/2023	22775	23017,5
25	22/11/2023	22325	22590,41667
26	23/11/2023	22525	22479,375
27	24/11/2023	22625	22812,5
28	27/11/2023	22450	22645,9375
29	28/11/2023	22500	22368,33333
30	29/11/2023	22450	22368,33333

Selanjutnya akan dihitung nilai akurasi (error) pada hasil peramalan di atas menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Misalkan untuk $t = 4$ memiliki harga penutupan (x_i) 25250 dan nilai peramalan (x_i^*) 25375, maka diperoleh,

$$\left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{25375 - 25250}{25250} \right| = 0,00495$$

Hasil untuk semua data disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3. 20 Nilai MAPE Contoh 3.5

No	Tanggal	Harga Penutupan	Nilai Peramalan	$\left \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right $
4	24/10/2023	25250	25375	0,00495
5	25/10/2023	26325	25639,79167	0,026029
6	26/10/2023	26175	26212,08333	0,001417

7	27/10/2023	25525	25887,5	0,014202
8	30/10/2023	24400	25477,5	0,04416
9	31/10/2023	25125	24862,5	0,010448
10	01/11/2023	24100	24657,5	0,023133
11	02/11/2023	23725	23837,5	0,004742
12	03/11/2023	23775	23837,5	0,002629
13	06/11/2023	23750	24042,5	0,012316
14	07/11/2023	23375	23837,5	0,019786
15	08/11/2023	22800	23427,5	0,027522
16	09/11/2023	22875	22812,5	0,002732
17	10/11/2023	23100	23222,5	0,005303
18	13/11/2023	23250	23222,5	0,001183
19	14/11/2023	23250	23013,22917	0,010184
20	15/11/2023	23400	23427,5	0,001175
21	16/11/2023	23450	23632,5	0,007783
22	17/11/2023	22875	23427,5	0,024153
23	20/11/2023	22950	22915	0,001525
24	21/11/2023	22775	23017,5	0,010648
25	22/11/2023	22325	22590,41667	0,011889
26	23/11/2023	22525	22479,375	0,002026
27	24/11/2023	22625	22812,5	0,008287
28	27/11/2023	22450	22645,9375	0,008728
29	28/11/2023	22500	22368,33333	0,005852
30	29/11/2023	22450	22368,33333	0,003638

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| \times 100\% = \frac{1}{27} \times 0,296 \times 100\% = 1,097\%$$

Berdasarkan nilai MAPE tersebut, diperoleh $1,097\% < 10\%$ sehingga peramalan harga penutupan saham PT United Tractors Tbk menggunakan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde tiga memperoleh hasil yang sangat baik.

3.2 Fuzzy Time Series Asosiasi Jangka Panjang Orde-Tiga

Fuzzy time series asosiasi jangka panjang orde tinggi merupakan model *fuzzy time series* yang diusulkan oleh Fang Li dkk. Peramalan ini memiliki perbedaan dengan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek yaitu pada

pembentukan FLR. Asosiasi jangka pendek memiliki FLR yang berurutan, sedangkan asosiasi jangka panjang memiliki FLR yang tidak berurutan.

Definisi 3.3 FLR asosiasi jangka panjang orde tinggi [3]

Sebuah FLR disebut FLR orde tinggi, jika memiliki bentuk

$$F(t - p_h) \dots F(t - p_2)F(t - p_1) \rightarrow F(t)$$

Dimana $h \in \mathbb{Z}_+, h > 1, p_i \in \mathbb{Z}_+ (i = 1, 2, \dots, h), p_j < p_{j+1} (j = 1, 2, \dots, (h - 1))$. h disebut sebagai orde dari FLR asosiasi orde tinggi, (p_1, p_2, \dots, p_h) time lag vector dari FLR asosiasi orde tinggi, dan p_i time lag ke- i dari FLR asosiasi orde tinggi ($i = 1, 2, \dots, h$).

Jika $p_h > h$, maka FLR asosiasi orde tinggi dengan bentuk $F(t - p_h) \dots F(t - p_2)F(t - p_1) \rightarrow F(t)$ disebut sebagai FLR asosiasi jangka panjang orde tinggi, dimana momen premis dan momen konsekuen tidak berurutan.

Contoh 3.6

Diketahui orde dari FLR yaitu $h = 3$. Berdasarkan Definisi 3.3, FLR orde tiga memiliki bentuk $F(t - p_3)F(t - p_2)F(t - p_1) \rightarrow F(t)$. Misalkan $p_3 = 4, p_2 = 2, p_1 = 1$, maka FLR asosiasi jangka panjang orde tinggi yang terbentuk adalah $F(t - 4)F(t - 2)F(t - 1) \rightarrow F(t)$. Untuk $t = 5$, terlihat bahwa $F(1)F(3)F(4) \rightarrow F(5)$. Dengan menggunakan Contoh 3.1 FLR asosiasi jangka panjang orde tiga yang terbentuk yaitu $A_3A_2A_3 \rightarrow A_5$.

Untuk $t = 6$, terlihat bahwa $F(2)F(4)F(5) \rightarrow F(6)$. Dengan menggunakan Contoh 3.1 FLR asosiasi jangka panjang orde tiga yang terbentuk yaitu $A_6A_3A_5 \rightarrow A_1$. Cara yang sama digunakan pada data lainnya dan terbentuk FLR orde-tiga berikut

$$\begin{aligned} F(1)F(3)F(4) \rightarrow F(5) &\Rightarrow A_3A_2A_3 \rightarrow A_5 \\ F(2)F(4)F(5) \rightarrow F(6) &\Rightarrow A_6A_3A_5 \rightarrow A_1 \\ F(3)F(5)F(6) \rightarrow F(7) &\Rightarrow A_2A_5A_1 \rightarrow A_4 \\ F(4)F(6)F(7) \rightarrow F(8) &\Rightarrow A_3A_1A_4 \rightarrow A_5 \end{aligned}$$

Peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga memiliki perbedaan algoritma dengan peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek orde-tiga. Perbedaan tersebut terletak pada pembentukan FLR dan aturan perhitungan nilai peramalan. Berikut ini adalah algoritma peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga:

1. Mendefinisikan semesta pembicaraan (U)
Semesta pembicaraan (*universe of discourse*) pada algoritma FTS asosiasi jangka panjang orde tiga didefinisikan berdasarkan Persamaan (3.2).
2. Mempartisi interval
Semesta pembicaraan yang telah didefinisikan dipartisi menjadi k interval dengan panjang setiap intervalnya sama $u_i (i = 1, 2, \dots, k)$ yang didefinisikan pada Persamaan (3.3).
3. Mendefinisikan himpunan *fuzzy* untuk data runtun waktu
Himpunan *fuzzy* $A_j (j = 1, 2, \dots, k + 1)$ dibentuk berdasarkan Persamaan (3.1).
4. Menentukan derajat keanggotaan himpunan *fuzzy*
Derajat keanggotaan (μ_A) himpunan *fuzzy* dihitung menggunakan fungsi keanggotaan segitiga berdasarkan Definisi 2.2.
5. Fuzzifikasi data
Fuzzifikasi merupakan proses perubahan data runtun waktu menjadi data *fuzzy time series* (F) berdasarkan derajat keanggotaan *fuzzy* yang telah dihitung pada tahap sebelumnya. Pada tahap ini, fuzzifikasi data ditentukan terhadap A_i dan A_{i+1} dengan ketentuan fuzzifikasi sebagai A_{i+1} jika $\mu_{A_i}(x_k) \leq \mu_{A_{i+1}}(x_k)$ dan sebaliknya fuzzifikasi sebagai A_i jika $\mu_{A_i}(x_k) > \mu_{A_{i+1}}(x_k)$.
6. Membentuk FLR
Pembentukan FLR asosiasi jangka panjang orde tinggi $F(t - p_h) \dots F(t - p_2)F(t - p_1) \rightarrow F(t)$ dijelaskan pada Definisi 3.5 dengan $h = 3$ yang dapat ditulis dalam bentuk $A_{i_{p_h}} \dots A_{i_{p_2}}A_{i_{p_1}} \rightarrow A_j$ jika $F(t - p_r) = A_{i_{p_r}} (r = 1, 2, \dots, h), F(t) = A_j$.

Untuk membatasi jumlah FLR asosiasi jangka panjang orde tinggi yang akan dibentuk, diberikan ambang batas M ($M \in \mathbb{Z}_+, M \leq m$) untuk *time lag* maksimal p_h , yang memenuhi $p_h \leq M$. Untuk M yang diberikan, terdapat C_M^h vektor *time lag* yang berbeda yang masing-masing memiliki bentuk (p_1, p_2, \dots, p_h) .

7. Membentuk FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi ($h = 3$) dari FLR yang sudah dibentuk sebelumnya sesuai dengan Definisi 3.2. Misalkan $R_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$ himpunan dari semua FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi yang dibentuk. Untuk FLR $A_{i_{p_h}} \dots A_{i_{p_2}} A_{i_{p_1}} \rightarrow A_j$, FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi yang sesuai yaitu $(i_{p_{(h-1)}} - i_{p_h}) \dots (i_{p_3} - i_{p_2})(i_{p_1} - i_{p_2}) \rightarrow (i_j - i_{p_1})$ dan ditulis $\Delta_{i_{p_{(h-1)}}} \dots \Delta_{i_{p_2}} \Delta_{i_{p_1}} \rightarrow \Delta_j$

$R_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$ ($p_h > h$) biasanya dibentuk kurang dari ambang batas frekuensi. Ini berarti bahwa untuk frekuensi V , setiap FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi di $R_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$ harus muncul tidak kurang dari V kali.

8. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung peramalan $x_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$ dari FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi di $R_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$

Misalkan $A_{i_{p_1}}, A_{i_{p_2}}, \dots, A_{i_{p_h}}$ adalah nilai yang difuzzifikasi pada saat $(t - p_1), (t - p_2), \dots, (t - p_h)$. FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi yang ada didefinisikan oleh tren dari $A_{i_{p_h}}, \dots, A_{i_{p_2}}, A_{i_{p_1}}$, yaitu $\Delta_{i_{p_{(h-1)}}} \dots \Delta_{i_{p_2}} \Delta_{i_{p_1}}$.

FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi, $\Delta_{j_{p_{(h-1)}}} \dots \Delta_{j_{p_2}} \Delta_{j_{p_1}} \rightarrow \Delta$, adalah FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi yang tersedia jika memenuhi syarat: $\Delta_{j_{p_s}} = \Delta_{i_{p_s}}, (s = 1, 2, \dots, h - 1)$

Misalkan $N R$ adalah jumlah semua FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi di $R_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$. Berdasarkan hasil dari $N R$, nilai peramalan $x_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$ pada saat t adalah dihitung dalam salah satu dari dua kasus yang berbeda berikut ini ($i_{p_l}, i_{p_h}, j_r \in 1, 2, \dots, (k + 1), l = 1, 2, \dots, (h - 1), h > 1, r = 1, 2, \dots, N R$) :

Kasus 1 : $N R \neq 0$

Misalkan $N R$ FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi yang ada adalah

$$\begin{aligned} \Delta_{i_{P(h-1)}} \dots \Delta_{i_{P_2}} \Delta_{i_{P_1}} &\rightarrow \Delta_{j_1} (v_1) \\ \Delta_{i_{P(h-1)}} \dots \Delta_{i_{P_2}} \Delta_{i_{P_1}} &\rightarrow \Delta_{j_2} (v_2) \\ &\vdots \\ \Delta_{i_{P(h-1)}} \dots \Delta_{i_{P_2}} \Delta_{i_{P_1}} &\rightarrow \Delta_{j_{NR}} (v_{NR}) \end{aligned}$$

maka peramalan $x_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^*$ dihitung menggunakan persamaan berikut

$$x_{(p_1, p_2, \dots, p_h)}^* = x' \quad (3.10)$$

dimana

$$x' = \frac{v_1 \times \bar{x}(l_1) + v_2 \times \bar{x}(l_2) + \dots + v_{NR} \times \bar{x}(l_{NR})}{v_1 + v_2 + \dots + v_{NR}} \quad (3.11)$$

$$l_r = \begin{cases} 1, & i_{p_1} + \Delta_{j_r} < 1 \\ i_{p_1} + \Delta_{j_r}, & 1 \leq i_{p_1} + \Delta_{j_r} \leq k + 1 \quad (r = 1, 2, \dots, NR) \\ k + 1, & i_{p_1} + \Delta_{j_r} > k + 1 \end{cases} \quad (3.12)$$

dengan v_r adalah frekuensi dari $\Delta_{i_{P(h-1)}} \dots \Delta_{i_{P_2}} \Delta_{i_{P_1}} \rightarrow \Delta_{j_r}$, $v_r \geq V$, l_r diberikan oleh Persamaan (3.12), $\bar{x}(l_r)$ adalah hasil defuzzifikasi peramalan yang diberikan oleh Persamaan (3.8).

Kasus 2 : $N R = 0$,

karena tidak ada FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi yang tersedia untuk peramalan dalam kasus ini, tidak ada prediksi yang dapat diberikan.

Untuk lebih memahami algoritma peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde tiga, sebuah contoh diberikan untuk menyelesaikan masalah peramalan.

Contoh 3.7

Pada peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga ini, langkah 1 sampai langkah 5 sama dengan peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka

pendek orde-tiga. Berdasarkan Contoh 3.4, perhitungan peramalan *fuzzy time series* orde-tiga untuk langkah 6 dan seterusnya sebagai berikut:

Langkah 6. Membentuk *fuzzy logical relationship* (FLR)

Fuzzifikasi data disajikan pada Tabel 3.4. Pembentukan FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga ($h = 3$) berdasarkan Definisi 3.3. memiliki bentuk $F(t - p_3)F(t - p_2)F(t - p_1) \rightarrow F(t)$ yang dimulai dari data ke-5 ($t = 5$). Misalkan ambang batas untuk jeda waktu maksimal diatur menjadi 4, yaitu, $M = 4$; dan ambang batas frekuensi FLR asosiasi panjang tren orde-tiga diatur menjadi 1, yaitu, $V = 1$ dengan ketentuan ($1 \leq p_1 < p_2 < p_3 \leq 4, p_3 > 3$). Untuk M yang diberikan, terdapat $C_M^h = C_4^3 = 4 - 1$ vektor *time lag* (p_1, p_2, p_3) yang berbeda yaitu $(1,2,4), (1,3,4), (2,3,4)$.

Misalkan untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1,2,4)$

Untuk $t = 5$, terlihat bahwa $F(1)F(3)F(4) \rightarrow F(5)$. Berdasarkan Tabel 3.4, terlihat $F(1) = A_5, F(3) = A_4, F(4) = A_4$, dan $F(5) = A_4$ sehingga diperoleh FLR $A_5A_4A_4 \rightarrow A_4$.

Untuk $t = 6$, terlihat bahwa $F(2)F(4)F(5) \rightarrow F(6)$. Berdasarkan Tabel 3.4, terlihat $F(2) = A_6, F(4) = A_4, F(5) = A_4$, dan $F(6) = A_5$ sehingga diperoleh FLR $A_6A_4A_4 \rightarrow A_5$.

Cara yang sama digunakan untuk data lainnya dan terbentuk FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga berikut:

Tabel 3. 21 FLR Asosiasi jangka panjang orde-tiga $(p_1, p_2, p_3) = (1,2,4)$ Contoh 3.7

t	Data Dummy	Fuzzifikasi	FLR
1	291,02	A_5	
2	291,79	A_6	
3	289,58	A_4	
4	289,56	A_4	
5	289,88	A_4	$A_5A_4A_4 \rightarrow A_4$
6	291,32	A_5	$A_6A_4A_4 \rightarrow A_5$
7	290,88	A_5	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_5$
8	293,03	A_6	$A_4A_5A_5 \rightarrow A_6$
9	292,57	A_6	$A_4A_5A_6 \rightarrow A_6$

10	291,66	A_5	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_5$
11	292,55	A_6	$A_5A_6A_5 \rightarrow A_6$
12	293,16	A_6	$A_6A_5A_6 \rightarrow A_6$
13	293,01	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
14	293,83	A_7	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_7$
15	294	A_7	$A_6A_6A_7 \rightarrow A_7$
16	292,86	A_6	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_6$
17	294	A_7	$A_6A_7A_6 \rightarrow A_7$
18	294,04	A_7	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$
19	293,88	A_7	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$
20	294,69	A_7	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_7$
21	293,96	A_7	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$
22	293,17	A_6	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_6$
23	293,88	A_7	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$
24	295,45	A_8	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_8$
25	294,77	A_8	$A_7A_7A_8 \rightarrow A_8$
26	293,63	A_7	$A_6A_8A_8 \rightarrow A_7$
27	292,92	A_6	$A_7A_8A_7 \rightarrow A_6$
28	293,32	A_7	$A_8A_7A_6 \rightarrow A_7$
29	294,65	A_7	$A_8A_6A_7 \rightarrow A_7$
30	294,39	A_7	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$

Dengan cara yang sama untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1,3,4)$ dan $(p_1, p_2, p_3) = (2,3,4)$ didapatkan FLR asosiasi panjang orde-tiga sebagai berikut

Tabel 3. 22 FLR Asosiasi jangka panjang orde-tiga $(p_1, p_2, p_3) = (1,3,4)$ dan $(p_1, p_2, p_3) = (2,3,4)$ Contoh 3.6

t	Data Dummy	Fuzzifikasi	$(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	$(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$
1	291,02	A_5		
2	291,79	A_6		
3	289,58	A_4		
4	289,56	A_4		
5	289,88	A_4	$A_5A_6A_4 \rightarrow A_4$	$A_5A_6A_4 \rightarrow A_4$
6	291,32	A_5	$A_6A_4A_4 \rightarrow A_5$	$A_6A_4A_4 \rightarrow A_5$
7	290,88	A_5	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_5$	$A_4A_4A_4 \rightarrow A_5$
8	293,03	A_6	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_6$	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_6$
9	292,57	A_6	$A_4A_5A_6 \rightarrow A_6$	$A_4A_5A_6 \rightarrow A_6$
10	291,66	A_5	$A_5A_5A_6 \rightarrow A_5$	$A_5A_5A_6 \rightarrow A_5$
11	292,55	A_6	$A_5A_6A_5 \rightarrow A_6$	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_6$
12	293,16	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_5 \rightarrow A_6$

13	293,01	A_6	$A_6A_5A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_5A_6 \rightarrow A_6$
14	293,83	A_7	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_7$	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_7$
15	294	A_7	$A_6A_6A_7 \rightarrow A_7$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_7$
16	292,86	A_6	$A_6A_6A_7 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_7 \rightarrow A_6$
17	294	A_7	$A_6A_7A_6 \rightarrow A_7$	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_7$
18	294,04	A_7	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$
19	293,88	A_7	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$
20	294,69	A_7	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_7$	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_7$
21	293,96	A_7	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$
22	293,17	A_6	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_6$	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_6$
23	293,88	A_7	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$
24	295,45	A_8	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_8$	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_8$
25	294,77	A_8	$A_7A_6A_8 \rightarrow A_8$	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_8$
26	293,63	A_7	$A_6A_7A_8 \rightarrow A_7$	$A_6A_7A_8 \rightarrow A_7$
27	292,92	A_6	$A_7A_8A_7 \rightarrow A_6$	$A_7A_8A_8 \rightarrow A_6$
28	293,32	A_7	$A_8A_8A_6 \rightarrow A_7$	$A_8A_8A_7 \rightarrow A_7$
29	294,65	A_7	$A_8A_7A_7 \rightarrow A_7$	$A_8A_7A_6 \rightarrow A_7$
30	294,39	A_7	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$

Langkah 7. Membentuk FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi

Berdasarkan Definisi 3.2 pada $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$ untuk $t = 5$ diperoleh FLR tren orde-tiga dari $A_5A_4A_4 \rightarrow A_4$ yaitu $\Delta_4\Delta_4 \rightarrow \Delta_4$, dimana $\Delta_8 = 4 - 5 = -1$, $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$, dan $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$ sehingga terbentuk FLR tren $-1, 0 \rightarrow 0$.

Untuk $t = 6$ diperoleh FLR tren orde-tiga dari $A_6A_4A_4 \rightarrow A_5$ yaitu $\Delta_4\Delta_4 \rightarrow \Delta_5$, dimana $\Delta_4 = 4 - 6 = -2$, $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$, dan $\Delta_5 = 5 - 4 = 1$ sehingga terbentuk FLR tren $-2, 0 \rightarrow 1$.

Dengan cara yang sama didapatkan FLR tren orde-tiga sebagai berikut:

Tabel 3. 23 FLR Asosiasi jangka panjang tren orde-tiga $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$ Contoh 3.7

t	Data Dummy	FLR	FLR Tren Orde-tiga
1	291,02		
2	291,79		
3	289,58		
4	289,56		
5	289,88	$A_5A_4A_4 \rightarrow A_4$	$-1, 0 \rightarrow 0$
6	291,32	$A_6A_4A_4 \rightarrow A_5$	$-2, 0 \rightarrow 1$

7	290,88	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_5$	0, 1 \rightarrow 0
8	293,03	$A_4A_5A_5 \rightarrow A_6$	1, 0 \rightarrow 1
9	292,57	$A_4A_5A_6 \rightarrow A_6$	1, 1 \rightarrow 0
10	291,66	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_5$	1, 0 \rightarrow -1
11	292,55	$A_5A_6A_5 \rightarrow A_6$	1, -1 \rightarrow 1
12	293,16	$A_6A_5A_6 \rightarrow A_6$	-1, 1 \rightarrow 0
13	293,01	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	0, 0 \rightarrow 0
14	293,83	$A_5A_6A_6 \rightarrow A_7$	1, 0 \rightarrow 1
15	294	$A_6A_6A_7 \rightarrow A_7$	0, -1 \rightarrow 0
16	292,86	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_6$	1, 0 \rightarrow -1
17	294	$A_6A_7A_6 \rightarrow A_7$	1, -1 \rightarrow 1
18	294,04	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_7$	-1, 1 \rightarrow 0
19	293,88	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$	0, 0 \rightarrow 0
20	294,69	$A_6A_7A_7 \rightarrow A_7$	1, 0 \rightarrow 0
21	293,96	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$	0, 0 \rightarrow 0
22	293,17	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_6$	0, 0 \rightarrow -1
23	293,88	$A_7A_7A_6 \rightarrow A_7$	0, -1 \rightarrow 1
24	295,45	$A_7A_6A_7 \rightarrow A_8$	-1, 1 \rightarrow 1
25	294,77	$A_7A_7A_8 \rightarrow A_8$	0, 1 \rightarrow 0
26	293,63	$A_6A_8A_8 \rightarrow A_7$	2, 0 \rightarrow -1
27	292,92	$A_7A_8A_7 \rightarrow A_6$	1, -1 \rightarrow -1
28	293,32	$A_8A_7A_6 \rightarrow A_7$	-1, -1 \rightarrow 1
29	294,65	$A_8A_6A_7 \rightarrow A_7$	-2, 1 \rightarrow 0
30	294,39	$A_7A_7A_7 \rightarrow A_7$	0, 0 \rightarrow 0

Dengan menggunakan cara yang sama untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$ dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ didapatkan FLR asosiasi panjang tren orde-tiga sebagai berikut

Tabel 3. 24 FLR Asosiasi jangka panjang tren orde-tiga Contoh 3.7

t	Data Dummy	$(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	$(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$
1	291,02		
2	291,79		
3	289,58		
4	289,56		
5	289,88	1, -2 \rightarrow 0	1, -2 \rightarrow 0
6	291,32	-2, 0 \rightarrow 1	-2, 0 \rightarrow 1
7	290,88	0, 1 \rightarrow 0	0, 0 \rightarrow 1
8	293,03	0, 1 \rightarrow 1	0, 1 \rightarrow 1
9	292,57	1, 1 \rightarrow 0	1, 0 \rightarrow 1

10	291,66	0,1 → -1	0,1 → -1
11	292,55	1,-1 → 1	1,0 → 0
12	293,16	0,0 → 0	0,-1 → 1
13	293,01	-1,1 → 0	-1,1 → 0
14	293,83	1,0 → 1	1,0 → 1
15	294	0,1 → 0	0,0 → 1
16	292,86	0,1 → -1	0,1 → -1
17	294	1,-1 → 1	1,0 → 0
18	294,04	0,0 → 0	0,-1 → 1
19	293,88	-1,1 → 0	-1,1 → 0
20	294,69	1,0 → 0	1,0 → 0
21	293,96	0,0 → 0	0,0 → 0
22	293,17	0,0 → -1	0,0 → -1
23	293,88	0,-1 → 1	0,0 → 0
24	295,45	0,0 → 1	0,-1 → 2
25	294,77	-1,2 → 0	-1,1 → 1
26	293,63	1,1 → -1	1,1 → -1
27	292,92	1,-1 → -1	1,0 → -2
28	293,32	0,-2 → 1	0,-1 → 0
29	294,65	-1,0 → 0	-1,-1 → 1
30	294,39	-1,1 → 0	-1,1 → 0

Setelah FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tinggi terbentuk, selanjutnya mengelompokkan FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi berdasarkan frekuensinya.

Misal pada $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$, FLR tren $-1, 0 \rightarrow 0$ terdapat satu yaitu pada data ke-5. FLR tren $-1, 1 \rightarrow 0$ terdapat dua yaitu pada data ke-12 dan data ke-18.

Dengan cara yang sama diperoleh FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga berdasarkan frekuensi sebagai berikut

Tabel 3. 25 FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga berdasarkan frekuensi.

(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)	v	(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)	v	(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)	v
-2,0 → 1	1	-2,0 → 1	1	-2,0 → 1	1
-2,1 → 0	1	-1,0 → 0	1	-1,-1 → 1	1

-1, -1 → 1	1	-1,1 → 0	3	-1,1 → 0	3
-1,0 → 0	1	-1,2 → 0	1	-1,1 → 1	1
-1,1 → 0	2	0,-2 → 1	1	0,-1 → 0	1
-1,1 → 1	1	0,-1 → 1	1	0,-1 → 1	2
0,-1 → 1	1	0,0 → -1	1	0,-1 → 2	1
0,0 → -1	1	0,0 → 0	3	0,0 → -1	1
0,0 → 0	4	0,0 → 1	1	0,0 → 0	2
0,1 → 0	3	0,1 → -1	2	0,0 → 1	2
1,-1 → -1	1	0,1 → 0	2	0,1 → -1	2
1,-1 → 1	2	0,1 → 1	1	0,1 → 1	1
1,0 → -1	2	1,-2 → 0	1	1,-2 → 0	1
1,0 → 0	1	1,-1 → -1	1	1,0 → -2	1
1,0 → 1	2	1,-1 → 1	2	1,0 → 0	3
1,1 → 0	1	1,0 → 0	1	1,0 → 1	2
2,0 → -1	1	1,0 → 1	1	1,1 → -1	1
		1,1 → -1	1		
		1,1 → 0	1		

Langkah 7. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung peramalan

Pada langkah ini akan dihitung nilai peramalan setiap FLR pada Tabel 3.21 dan Tabel 3.22 berdasarkan *premise observation* FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga pada Tabel 3.25.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$

Pada $x_5 = 289,88$. Fuzzifikasi dari x_1, x_3, x_4 masing-masing adalah A_5, A_4, A_4 . Berdasarkan Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_4 = -1, \Delta_4 = 0$. Menurut Tabel 3.25 terdapat satu *premise observation* FLR tren orde-tiga $-1, 0 \rightarrow 0(1)$ sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 1 \neq 0$. Dari FLR ini, dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.10).

$$x_{(1,2,4)}^* = x'$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_1} = 4 + 0 = 4$$

$$x' = \frac{1 \times \bar{x}(4)}{1} = \bar{x}(4)$$

Berdasarkan Tabel 3.8, diperoleh $x' = 289,875$ sehingga $x_{(1,2,4)}^* = 289,875$.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$

Pada $x_6 = 291,32$. Fuzzifikasi dari x_2, x_4, x_5 masing-masing adalah A_6, A_4, A_4 . Berdasarkan Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_4 = -2, \Delta_4 = 0$. Menurut Tabel 3.25, terdapat satu *premise observation* FLR tren orde-tiga $-2, 0 \rightarrow 1(1)$ sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 1 \neq 0$. Dari FLR ini, dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.10)

$$x_{(1,3,4)}^* = x'$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_r} = 4 + 1 = 5$$

$$x' = \frac{1 \times \bar{x}(5)}{1} = \bar{x}(5)$$

Berdasarkan Tabel 3.8, diperoleh $x' = 291,375$ sehingga $x_{(1,3,4)}^* = 291,375$.

Dengan cara yang sama untuk data yang lainnya pada $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$, $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$, dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ didapatkan hasil peramalan sebagai berikut

Tabel 3. 26 Hasil peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga Contoh 3.7

No	Data Dummy	$x_{(1,2,4)}^*$	$x_{(1,3,4)}^*$	$x_{(2,3,4)}^*$
5	289,88	289,875	289,875	289,875
6	291,32	291,375	291,375	291,375
7	290,88	291,375	291,075	290,175
8	293,03	291,375	291,075	290,875
9	292,57	292,875	292,125	291,375
10	291,66	292,875	292,575	292,375
11	292,55	291,875	291,875	292,875
12	293,16	293,375	292,875	292,875
13	293,01	292,575	292,875	293,25
14	293,83	292,875	293,625	292,875
15	294	294,375	294,075	293,175
16	292,86	294,375	294,075	293,875
17	294	293,375	293,375	294,375
18	294,04	294,875	294,375	294,375
19	293,88	294,075	294,375	294,75
20	294,69	294,375	295,125	294,375
21	293,96	294,075	294,375	294,675

22	293,17	294,075	294,375	294,675
23	293,88	294,375	294,375	294,675
24	295,45	294,875	294,375	294,375
25	294,77	295,875	295,875	294,75
26	293,63	294,375	295,125	294,375
27	292,92	294,875	294,875	295,875
28	293,32	294,375	294,375	295,875
29	294,65	294,375	294,375	294,375
30	294,39	294,075	294,375	294,75

Setelah mendapatkan nilai peramalan asosiasi jangka panjang pada Tabel 3.26, akan dicari nilai peramalan akhir dengan mencari rata-rata dari nilai peramalan tersebut.

Misal untuk $t = 5$. Nilai peramalan akhir diperoleh

$$x_t^* = \frac{289,875 + 289,875 + 289,875}{3} = 289,875$$

Misal untuk $t = 6$. Nilai peramalan akhir diperoleh

$$x_t^* = \frac{291,375 + 291,375 + 291,375}{3} = 291,375$$

Dengan menggunakan cara yang sama untuk data historis lainnya diperoleh nilai peramalan akhir sebagai berikut:

Tabel 3. 27 Hasil peramalan akhir fuzzy time series asosiasi jangka panjang orde-tiga Contoh 3.6

No	Tanggal	Harga Penutupan	Nilai Peramalan Akhir
5	25/10/2023	26325	289,875
6	26/10/2023	26175	291,375
7	27/10/2023	25525	290,875
8	30/10/2023	24400	291,1083
9	31/10/2023	25125	292,125
10	01/11/2023	24100	292,6083
11	02/11/2023	23725	292,2083
12	03/11/2023	23775	293,0417
13	06/11/2023	23750	292,9
14	07/11/2023	23375	293,125
15	08/11/2023	22800	293,875
16	09/11/2023	22875	294,1083

17	10/11/2023	23100	293,7083
18	13/11/2023	23250	294,5417
19	14/11/2023	23250	294,4
20	15/11/2023	23400	294,625
21	16/11/2023	23450	294,375
22	17/11/2023	22875	294,375
23	20/11/2023	22950	294,475
24	21/11/2023	22775	294,5417
25	22/11/2023	22325	295,5
26	23/11/2023	22525	294,625
27	24/11/2023	22625	295,2083
28	27/11/2023	22450	294,875
29	28/11/2023	22500	294,375
30	29/11/2023	22450	294,4

Selanjutnya akan dihitung nilai akurasi (error) pada hasil peramalan di atas menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Misalkan untuk $t = 5$ memiliki data dummy (x_i) 289,88 dan nilai peramalan (x_i^*) 289,875, maka diperoleh,

$$\left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{289,875 - 289,88}{289,88} \right| = 0,00002$$

Untuk $t = 6$ memiliki data dummy (x_i) 291,32 dan nilai peramalan (x_i^*) 291,375, maka diperoleh,

$$\left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{291,375 - 291,32}{291,375} \right| = 0,00019$$

Hasil untuk semua data disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3. 28 Nilai MAPE Contoh 3.7

No	Tanggal	Harga Penutupan (x_i)	Nilai Peramalan Akhir (x_i^*)	$\left \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right $
5	25/10/2023	26325	26155,14	0,00002
6	26/10/2023	26175	26024,17	0,00019
7	27/10/2023	25525	25682,5	0,00002
8	30/10/2023	24400	24452,5	0,00656
9	31/10/2023	25125	25409,17	0,00152
10	01/11/2023	24100	24042,5	0,00325
11	02/11/2023	23725	23632,5	0,00117
12	03/11/2023	23775	23905,83	0,0004

13	06/11/2023	23750	24042,5	0,00038
14	07/11/2023	23375	23632,5	0,0024
15	08/11/2023	22800	23359,17	0,00043
16	09/11/2023	22875	22949,17	0,00426
17	10/11/2023	23100	23222,5	0,00099
18	13/11/2023	23250	23245,28	0,00171
19	14/11/2023	23250	22935,88	0,00177
20	15/11/2023	23400	23204,47	0,00022
21	16/11/2023	23450	23541,39	0,00141
22	17/11/2023	22875	23359,17	0,00411
23	20/11/2023	22950	23219,65	0,00202
24	21/11/2023	22775	23176,94	0,00307
25	22/11/2023	22325	22510,69	0,00248
26	23/11/2023	22525	22812,5	0,00339
27	24/11/2023	22625	22689,12	0,00781
28	27/11/2023	22450	22368,33	0,0053
29	28/11/2023	22500	22439,51	0,00093
30	29/11/2023	22450	22368,33	0,00003

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| \times 100\% = \frac{1}{26} \times 0,05584 \times 100\% = 0,21477\%$$

Berdasarkan nilai MAPE tersebut, diperoleh $0,21477\% < 10\%$ sehingga peramalan data *dummy* menggunakan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga memperoleh hasil yang sangat baik.

Contoh 3.8

Berdasarkan Contoh 3.5, perhitungan peramalan *fuzzy time series* orde-tiga untuk langkah 6 dan seterusnya sebagai berikut:

Langkah 6. Membentuk *fuzzy logical relationship* (FLR)

Pembentukan FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga ($h = 3$) berdasarkan Definisi 3.3. Misalkan ambang batas untuk jeda waktu maksimal diatur menjadi 4, yaitu, $M = 4$; dan ambang batas frekuensi FLR asosiasi panjang tren orde-tiga diatur menjadi 1, yaitu, $V = 1$, terdapat $C_M^h = C_4^3 = 4 - 1$ vektor *time lag* (p_1, p_2, p_3) yang berbeda yaitu $(1,2,4), (1,3,4), (2,3,4)$. Terbentuk FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga berikut:

Tabel 3. 29 FLR Asosiasi jangka panjang orde-tiga
 $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$ Contoh 3.8

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	FLR
1	26025	A_{10}	
2	25825	A_{10}	
3	25000	A_8	
4	25250	A_8	
5	26325	A_{11}	$A_{10}A_8A_8 \rightarrow A_{11}$
6	26175	A_{10}	$A_{10}A_8A_{11} \rightarrow A_{10}$
7	25525	A_9	$A_8A_{11}A_{10} \rightarrow A_9$
8	24400	A_6	$A_8A_{10}A_9 \rightarrow A_6$
9	25125	A_8	$A_{11}A_9A_6 \rightarrow A_8$
10	24100	A_5	$A_{10}A_6A_8 \rightarrow A_5$
11	23725	A_4	$A_9A_8A_5 \rightarrow A_4$
12	23775	A_5	$A_6A_5A_4 \rightarrow A_5$
13	23750	A_5	$A_8A_4A_5 \rightarrow A_5$
14	23375	A_4	$A_5A_5A_5 \rightarrow A_4$
15	22800	A_2	$A_4A_5A_4 \rightarrow A_2$
16	22875	A_2	$A_5A_4A_2 \rightarrow A_2$
17	23100	A_3	$A_5A_2A_2 \rightarrow A_3$
18	23250	A_3	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_3$
19	23250	A_3	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_3$
20	23400	A_4	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_4$
21	23450	A_4	$A_3A_3A_4 \rightarrow A_4$
22	22875	A_2	$A_3A_4A_4 \rightarrow A_2$
23	22950	A_3	$A_3A_4A_2 \rightarrow A_3$
24	22775	A_2	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_2$
25	22325	A_1	$A_4A_3A_2 \rightarrow A_1$
26	22525	A_2	$A_2A_2A_1 \rightarrow A_2$
27	22625	A_2	$A_3A_1A_2 \rightarrow A_2$
28	22450	A_1	$A_2A_2A_2 \rightarrow A_1$
29	22500	A_1	$A_1A_2A_1 \rightarrow A_1$
30	22450	A_1	$A_2A_1A_1 \rightarrow A_1$

Dengan cara yang sama untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$ dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ didapatkan FLR asosiasi panjang orde-tiga sebagai berikut

Tabel 3. 30 FLR Asosiasi jangka panjang orde-tiga $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$
dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ Contoh 3.8

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	$(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	$(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$
1	26025	A_{10}		
2	25825	A_{10}		
3	25000	A_8		
4	25250	A_8		
5	26325	A_{11}	$A_{10}A_{10}A_8 \rightarrow A_{11}$	$A_{10}A_{10}A_8 \rightarrow A_{11}$
6	26175	A_{10}	$A_{10}A_8A_{11} \rightarrow A_{10}$	$A_{10}A_8A_8 \rightarrow A_{10}$
7	25525	A_9	$A_8A_8A_{10} \rightarrow A_9$	$A_8A_8A_{11} \rightarrow A_9$
8	24400	A_6	$A_8A_{11}A_9 \rightarrow A_6$	$A_8A_{11}A_{10} \rightarrow A_6$
9	25125	A_8	$A_{11}A_{10}A_6 \rightarrow A_8$	$A_{11}A_{10}A_9 \rightarrow A_8$
10	24100	A_5	$A_{10}A_9A_8 \rightarrow A_5$	$A_{10}A_9A_6 \rightarrow A_5$
11	23725	A_4	$A_9A_6A_5 \rightarrow A_4$	$A_9A_6A_8 \rightarrow A_4$
12	23775	A_5	$A_6A_8A_4 \rightarrow A_5$	$A_6A_8A_5 \rightarrow A_5$
13	23750	A_5	$A_8A_5A_5 \rightarrow A_5$	$A_8A_5A_4 \rightarrow A_5$
14	23375	A_4	$A_5A_4A_5 \rightarrow A_4$	$A_5A_4A_5 \rightarrow A_4$
15	22800	A_2	$A_4A_5A_4 \rightarrow A_2$	$A_4A_5A_5 \rightarrow A_2$
16	22875	A_2	$A_5A_5A_2 \rightarrow A_2$	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_2$
17	23100	A_3	$A_5A_4A_2 \rightarrow A_3$	$A_5A_4A_2 \rightarrow A_3$
18	23250	A_3	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_3$	$A_4A_2A_2 \rightarrow A_3$
19	23250	A_3	$A_2A_2A_3 \rightarrow A_3$	$A_2A_2A_3 \rightarrow A_3$
20	23400	A_4	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_4$	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_4$
21	23450	A_4	$A_3A_3A_4 \rightarrow A_4$	$A_3A_3A_3 \rightarrow A_4$
22	22875	A_2	$A_3A_3A_4 \rightarrow A_2$	$A_3A_3A_4 \rightarrow A_2$
23	22950	A_3	$A_3A_4A_2 \rightarrow A_3$	$A_3A_4A_4 \rightarrow A_3$
24	22775	A_2	$A_4A_4A_3 \rightarrow A_2$	$A_4A_4A_2 \rightarrow A_2$
25	22325	A_1	$A_4A_2A_2 \rightarrow A_1$	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_1$
26	22525	A_2	$A_2A_3A_1 \rightarrow A_2$	$A_2A_3A_2 \rightarrow A_2$
27	22625	A_2	$A_3A_2A_2 \rightarrow A_2$	$A_3A_2A_1 \rightarrow A_2$
28	22450	A_1	$A_2A_1A_2 \rightarrow A_1$	$A_2A_1A_2 \rightarrow A_1$
29	22500	A_1	$A_1A_2A_1 \rightarrow A_1$	$A_1A_2A_2 \rightarrow A_1$
30	22450	A_1	$A_2A_2A_1 \rightarrow A_1$	$A_2A_2A_1 \rightarrow A_1$

Langkah 7. Membentuk FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi

Berdasarkan Definisi 3.2 pada $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$ untuk $t = 5$ diperoleh FLR tren orde-tiga dari $A_{10}A_8A_8 \rightarrow A_{11}$ yaitu $\Delta_8\Delta_8 \rightarrow \Delta_{11}$, dimana $\Delta_8 = 8 - 10 = -2$, $\Delta_8 = 8 - 8 = 0$, dan $\Delta_{11} = 11 - 8 = 3$ sehingga terbentuk FLR tren

$-2, 0 \rightarrow 3$. Dengan cara yang sama didapatkan FLR tren orde-tiga sebagai berikut:

Tabel 3. 31 FLR Asosiasi jangka panjang tren orde-tiga
 $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$ Contoh 3.8

t	Harga Penutupan	FLR	FLR Tren Orde-tiga
1	26025		
2	25825		
3	25000		
4	25250		
5	26325	$A_{10}A_8A_8 \rightarrow A_{11}$	$-2, 0 \rightarrow 3$
6	26175	$A_{10}A_8A_{11} \rightarrow A_{10}$	$-2, 3 \rightarrow -1$
7	25525	$A_8A_{11}A_{10} \rightarrow A_9$	$3, -1 \rightarrow -1$
8	24400	$A_8A_{10}A_9 \rightarrow A_6$	$2, -1 \rightarrow -3$
9	25125	$A_{11}A_9A_6 \rightarrow A_8$	$2, -3 \rightarrow 2$
10	24100	$A_{10}A_6A_8 \rightarrow A_5$	$-4, 2 \rightarrow -3$
11	23725	$A_9A_8A_5 \rightarrow A_4$	$-1, -3 \rightarrow -1$
12	23775	$A_6A_5A_4 \rightarrow A_5$	$-1, -1 \rightarrow 1$
13	23750	$A_8A_4A_5 \rightarrow A_5$	$-4, 1 \rightarrow 0$
14	23375	$A_5A_5A_5 \rightarrow A_4$	$0, 0 \rightarrow -1$
15	22800	$A_4A_5A_4 \rightarrow A_2$	$1, -1 \rightarrow -2$
16	22875	$A_5A_4A_2 \rightarrow A_2$	$-1, -2 \rightarrow 0$
17	23100	$A_5A_2A_2 \rightarrow A_3$	$-3, 0 \rightarrow 1$
18	23250	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_3$	$-2, 1 \rightarrow 0$
19	23250	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_3$	$1, 0 \rightarrow 0$
20	23400	$A_2A_3A_3 \rightarrow A_4$	$1, 0 \rightarrow 1$
21	23450	$A_3A_3A_4 \rightarrow A_4$	$0, 1 \rightarrow 0$
22	22875	$A_3A_4A_4 \rightarrow A_2$	$1, 0 \rightarrow -2$
23	22950	$A_3A_4A_2 \rightarrow A_3$	$1, -2 \rightarrow 1$
24	22775	$A_4A_2A_3 \rightarrow A_2$	$-2, 1 \rightarrow -1$
25	22325	$A_4A_3A_2 \rightarrow A_1$	$-1, -1 \rightarrow -1$
26	22525	$A_2A_2A_1 \rightarrow A_2$	$0, -1 \rightarrow 1$
27	22625	$A_3A_1A_2 \rightarrow A_2$	$-2, 1 \rightarrow 0$
28	22450	$A_2A_2A_2 \rightarrow A_1$	$0, 0 \rightarrow -1$
29	22500	$A_1A_2A_1 \rightarrow A_1$	$1, -1 \rightarrow 0$
30	22450	$A_2A_1A_1 \rightarrow A_1$	$-1, 0 \rightarrow 0$

Dengan menggunakan cara yang sama untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$ dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ didapatkan FLR asosiasi panjang tren orde-tiga sebagai berikut

Tabel 3. 32 FLR Asosiasi jangka panjang tren orde-tiga Contoh 3.6

t	Harga Penutupan	$(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	$(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$
1	26025		
2	25825		
3	25000		
4	25250		
5	26325	$0, -2 \rightarrow 3$	$0, -2 \rightarrow 3$
6	26175	$-2, 3 \rightarrow -1$	$-2, 0 \rightarrow 2$
7	25525	$0, 2 \rightarrow -1$	$0, 3 \rightarrow -2$
8	24400	$3, -2 \rightarrow -3$	$3, -1 \rightarrow -4$
9	25125	$-1, -4 \rightarrow 2$	$-1, -1 \rightarrow -1$
10	24100	$-1, -1 \rightarrow -3$	$-1, -3 \rightarrow -1$
11	23725	$-3, -1 \rightarrow -1$	$-3, 2 \rightarrow -4$
12	23775	$2, -4 \rightarrow 1$	$2, -3 \rightarrow 0$
13	23750	$-3, 0 \rightarrow 0$	$-3, -1 \rightarrow 1$
14	23375	$-1, 1 \rightarrow -1$	$-1, 1 \rightarrow -1$
15	22800	$1, -1 \rightarrow -2$	$1, 0 \rightarrow -3$
16	22875	$0, -3 \rightarrow 0$	$0, -1 \rightarrow -2$
17	23100	$-1, -2 \rightarrow 1$	$-1, -2 \rightarrow 1$
18	23250	$-2, 1 \rightarrow 0$	$-2, 0 \rightarrow 1$
19	23250	$0, 1 \rightarrow 0$	$0, 1 \rightarrow 0$
20	23400	$1, 0 \rightarrow 1$	$1, 0 \rightarrow 1$
21	23450	$0, 1 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 1$
22	22875	$0, 1 \rightarrow -2$	$0, 1 \rightarrow -2$
23	22950	$1, -2 \rightarrow 1$	$1, 0 \rightarrow -1$
24	22775	$0, -1 \rightarrow -1$	$0, -2 \rightarrow 0$
25	22325	$-2, 0 \rightarrow -1$	$-2, 1 \rightarrow -2$
26	22525	$1, -2 \rightarrow 1$	$1, -1 \rightarrow 0$
27	22625	$-1, 0 \rightarrow 0$	$-1, -1 \rightarrow 1$
28	22450	$-1, 1 \rightarrow -1$	$-1, 1 \rightarrow -1$
29	22500	$1, -1 \rightarrow 0$	$1, 0 \rightarrow -1$
30	22450	$0, -1 \rightarrow 0$	$0, -1 \rightarrow 0$

Setelah FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tinggi terbentuk, selanjutnya mengelompokkan FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi berdasarkan frekuensinya diperoleh FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga berdasarkan frekuensi sebagai berikut

Tabel 3. 33 FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga berdasarkan frekuensi.

FLR Tren Orde-tiga $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$	v	FLR Tren Orde-tiga $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	v	FLR Tren Orde-tiga $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$	v
-4, 1 → 0	1	-3, -1 → -1	1	-3, -1 → 1	1
-4, 2 → -3	1	-3, 0 → 0	1	-3, 2 → -4	1
-3, 0 → 1	1	-2, 0 → -1	1	-2, 0 → 1	1
-2, -3 → 2	1	-2, 1 → 0	1	-2, 0 → 2	1
-2, 0 → 3	1	-2, 3 → -1	1	-2, 1 → -2	1
-2, 1 → -1	1	-1, -4 → 2	1	-1, -3 → -1	1
-2, 1 → 0	2	-1, -2 → 1	1	-1, -2 → 1	1
-2, 3 → -1	1	-1, -1 → -3	1	-1, -1 → -1	1
-1, -3 → -1	1	-1, 0 → 0	1	-1, -1 → 1	1
-1, -2 → 0	1	-1, 1 → -1	2	-1, 1 → -1	2
-1, -1 → -1	1	0, -3 → 0	1	0, -2 → 0	1
-1, -1 → 1	1	0, -2 → 3	1	0, -2 → 3	1
-1, 0 → 0	1	0, -1 → -1	1	0, -1 → -2	1
0, -1 → 1	1	0, -1 → 0	1	0, -1 → 0	1
0, 0 → -1	2	0, 1 → -2	1	0, 0 → 1	1
0, 1 → 0	1	0, 1 → 0	2	0, 1 → -2	1
1, -2 → 1	1	0, 2 → -1	1	0, 1 → 0	1
1, -1 → -2	1	1, -2 → 1	2	0, 3 → -2	1
1, -1 → 0	1	1, -1 → -2	1	1, -1 → 0	1
1, 0 → -2	1	1, -1 → 0	1	1, 0 → -3	1
1, 0 → 0	1	1, 0 → 1	1	1, 0 → -1	2
1, 0 → 1	1	2, -4 → 1	1	1, 0 → 1	1
2, -1 → -3	1	3, -2 → -3	1	2, -3 → 0	1
3, -1 → -1	1			3, -1 → -4	1

Langkah 7. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung peramalan

Pada langkah ini akan dihitung nilai peramalan setiap FLR berdasarkan *premise observation* FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$

Pada $x_{12} = 23775$ yaitu data pada 3 November 2023.

Fuzzifikasi dari x_8, x_{10}, x_{11} masing-masing adalah A_6, A_5, A_4 . Berdasarkan Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_5 = -1, \Delta_4 = -1$. Menurut Tabel 3.15 diperoleh *premise observation* FLR tren orde-tiga

$$\begin{aligned} -1, -1 &\rightarrow -1(1) \\ -1, -1 &\rightarrow 1(1) \end{aligned}$$

sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 2 \neq 0$. Dari FLR ini, dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.10).

$$x_{(1,2,4)}^* = x'$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_1} = 4 + (-1) = 3$$

$$l_2 = i_1 + \Delta_{j_2} = 4 + 1 = 5$$

$$x' = \frac{1 \times \bar{x}(3) + 1 \times \bar{x}(5)}{1 + 1} = \frac{\bar{x}(3) + \bar{x}(5)}{2}$$

Berdasarkan Tabel 3.8, diperoleh $x' = \frac{\bar{x}(3) + \bar{x}(5)}{2} = 23632,6$ sehingga $x_{(1,2,4)}^* = 23222,5$.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$

Pada $x_9 = 25125$ yaitu data pada 31 Oktober 2023.

Fuzzifikasi dari x_5, x_6, x_8 masing-masing adalah A_{11}, A_{10}, A_6 . Berdasarkan Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_{10} = -1, \Delta_6 = -4$. Menurut Tabel 3.15, terdapat satu *premise observation* FLR tren orde-tiga

$-1, -4 \rightarrow 2(1)$ sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 1 \neq 0$. Dari FLR ini, dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.10)

$$x_{(1,3,4)}^* = x'$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_r} = 6 + 2 = 8$$

$$x' = \frac{1 \times \bar{x}(8)}{1} = \bar{x}(8)$$

Berdasarkan Tabel 3.8, diperoleh $x' = \bar{x}(8) = 25272,5$ sehingga $x_{(1,3,4)}^* = 25272,5$.

Dengan cara yang sama untuk data yang lainnya pada $(p_1, p_2, p_3) = (1,2,4)$, $(p_1, p_2, p_3) = (1,3,4)$, dan $(p_1, p_2, p_3) = (2,3,4)$ didapatkan hasil peramalan sebagai berikut

Tabel 3. 34 Hasil peramalan fuzzy time series asosiasi jangka panjang orde-tiga Contoh 3.8

No	Tanggal	Harga Penutupan	$x_{(1,2,4)}^*$	$x_{(1,3,4)}^*$	$x_{(2,3,4)}^*$
5	25/10/2023	26325	26331,67	26331,67	25802,08
6	26/10/2023	26175	26092,5	26092,5	25887,5
7	27/10/2023	25525	25682,5	25682,5	25682,5
8	30/10/2023	24400	24452,5	24452,5	24452,5
9	31/10/2023	25125	25272,5	25272,5	25682,5
10	01/11/2023	24100	24042,5	24042,5	24042,5
11	02/11/2023	23725	23632,5	23632,5	23632,5
12	03/11/2023	23775	23632,5	24042,5	24042,5
13	06/11/2023	23750	24042,5	24042,5	24042,5
14	07/11/2023	23375	23632,5	23632,5	23632,5
15	08/11/2023	22800	23222,5	23222,5	23632,5
16	09/11/2023	22875	22812,5	22812,5	23222,5
17	10/11/2023	23100	23222,5	23222,5	23222,5
18	13/11/2023	23250	23085,83	23222,5	23427,5
19	14/11/2023	23250	23074,44	22937,78	22795,42
20	15/11/2023	23400	23074,44	23632,5	22906,46
21	16/11/2023	23450	23632,5	23359,17	23632,5
22	17/11/2023	22875	23495,83	23359,17	23222,5
23	20/11/2023	22950	23222,5	23222,5	23213,96
24	21/11/2023	22775	23085,83	23017,5	23427,5
25	22/11/2023	22325	22795,42	22368,33	22368,33
26	23/11/2023	22525	22812,5	22812,5	22812,5
27	24/11/2023	22625	22664,44	22812,5	22590,42
28	27/11/2023	22450	22368,33	22368,33	22368,33
29	28/11/2023	22500	22368,33	22368,33	22581,88
30	29/11/2023	22450	22368,33	22368,33	22368,33

Setelah mendapatkan nilai peramalan asosiasi jangka panjang pada Tabel 3.16, akan dicari nilai peramalan akhir dengan mencari rata-rata dari nilai peramalan tersebut.

Misal untuk $t = 5$. Nilai peramalan akhir diperoleh

$$x_i^* = \frac{26331,67 + 26331,67 + 25802,08}{3} = 26155,14$$

Dengan menggunakan cara yang sama untuk data historis lainnya diperoleh nilai peramalan akhir sebagai berikut:

Tabel 3. 35 Hasil peramalan akhir fuzzy time series asosiasi jangka panjang orde-tiga Contoh 3.8

No	Tanggal	Harga Penutupan	Nilai Peramalan Akhir
5	25/10/2023	26325	26155,14
6	26/10/2023	26175	26024,17
7	27/10/2023	25525	25682,5
8	30/10/2023	24400	24452,5
9	31/10/2023	25125	25409,17
10	01/11/2023	24100	24042,5
11	02/11/2023	23725	23632,5
12	03/11/2023	23775	23905,83
13	06/11/2023	23750	24042,5
14	07/11/2023	23375	23632,5
15	08/11/2023	22800	23359,17
16	09/11/2023	22875	22949,17
17	10/11/2023	23100	23222,5
18	13/11/2023	23250	23245,28
19	14/11/2023	23250	22935,88
20	15/11/2023	23400	23204,47
21	16/11/2023	23450	23541,39
22	17/11/2023	22875	23359,17
23	20/11/2023	22950	23219,65
24	21/11/2023	22775	23176,94
25	22/11/2023	22325	22510,69
26	23/11/2023	22525	22812,5
27	24/11/2023	22625	22689,12
28	27/11/2023	22450	22368,33
29	28/11/2023	22500	22439,51
30	29/11/2023	22450	22368,33

Selanjutnya akan dihitung nilai akurasi (error) pada hasil peramalan di atas menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Hasil untuk semua data disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3. 36 Nilai MAPE Contoh 3.8

No	Tanggal	Harga Penutupan (x_i)	Nilai Peramalan Akhir (x_i^*)	$\left \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right $
5	25/10/2023	26325	26155,14	0,00645
6	26/10/2023	26175	26024,17	0,00576
7	27/10/2023	25525	25682,5	0,00617
8	30/10/2023	24400	24452,5	0,00215
9	31/10/2023	25125	25409,17	0,01131
10	01/11/2023	24100	24042,5	0,00239
11	02/11/2023	23725	23632,5	0,0039
12	03/11/2023	23775	23905,83	0,0055
13	06/11/2023	23750	24042,5	0,01232
14	07/11/2023	23375	23632,5	0,01102
15	08/11/2023	22800	23359,17	0,02452
16	09/11/2023	22875	22949,17	0,00324
17	10/11/2023	23100	23222,5	0,0053
18	13/11/2023	23250	23245,28	0,0002
19	14/11/2023	23250	22935,88	0,01351
20	15/11/2023	23400	23204,47	0,00836
21	16/11/2023	23450	23541,39	0,0039
22	17/11/2023	22875	23359,17	0,02117
23	20/11/2023	22950	23219,65	0,01175
24	21/11/2023	22775	23176,94	0,01765
25	22/11/2023	22325	22510,69	0,00832
26	23/11/2023	22525	22812,5	0,01276
27	24/11/2023	22625	22689,12	0,00283
28	27/11/2023	22450	22368,33	0,00364
29	28/11/2023	22500	22439,51	0,00269
30	29/11/2023	22450	22368,33	0,00364

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| \times 100\% = \frac{1}{26} \times 0,21045 \times 100\% = 0,8094\%$$

Berdasarkan nilai MAPE tersebut, diperoleh $0,8094\% < 10\%$ sehingga peramalan harga penutupan saham PT United Tractors Tbk menggunakan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga memperoleh hasil yang sangat baik.

3.3 Model Peramalan Fuzzy Time Series Berdasarkan Hubungan Logis Fuzzy Orde-Tiga Menggunakan Asosiasi Jangka Pendek dan Asosiasi Jangka Panjang

Berdasarkan proses peramalan *fuzzy time series* orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang, maka algoritma dari model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang dipaparkan pada Gambar 3.2.

Berikut merupakan penjelasan algoritma model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang.

Langkah 1. Mendefinisikan semesta pembicaraan (U)

Mencari nilai minimum dan maksimum pada data runtun waktu serta menentukan nilai D_1 dan D_2 yang merupakan bilangan positif yang ditentukan oleh user. Kemudian mendefinisikan semesta pembicaraan (U) menggunakan Persamaan (3.2).

Langkah 2. Mempartisi semesta pembicaraan (U)

Semesta pembicaraan (U) dipartisi menjadi k interval dengan panjang setiap intervalnya sama $u_i (i = 1, 2, \dots, k)$ yang didefinisikan menggunakan Persamaan (3.3).

Langkah 3. Mendefinisikan himpunan *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* $A_i (j = 1, 2, \dots, k + 1)$ dibentuk berdasarkan Persamaan (3.1).

Langkah 4. Menentukan derajat keanggotaan himpunan *fuzzy*

Derajat keanggotaan (μ_A) dari himpunan *fuzzy* dihitung menggunakan fungsi keanggotaan segitiga menggunakan Definisi 2.2.

Langkah 5. Fuzzifikasi data

Setelah derajat keanggotaan himpunan *fuzzy* dihitung, selanjutnya melakukan fuzzifikasi data yang ditentukan terhadap A_i dan A_{i+1} dengan fuzzifikasi

sebagai A_{i+1} jika $\mu_{A_i}(x_k) \leq \mu_{A_{i+1}}(x_k)$ dan sebaliknya fuzzifikasi sebagai A_i jika $\mu_{A_i}(x_k) > \mu_{A_{i+1}}(x_k)$.

Langkah 6. Membentuk FLR asosiasi orde-tinggi

- a. Membentuk FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga berdasarkan Definisi 3.1. Menentukan nilai h dengan $h = 3$.
- b. Membentuk FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga berdasarkan Definisi 3.5. Menentukan nilai h dengan $h = 3$ dan ambang ambang batas M dengan $M = 4$ yang memenuhi $p_h \leq M$ dengan $C_M^h - 1$ vektor *time lag* yang berbeda yang masing-masing memiliki bentuk (p_1, p_2, \dots, p_h) .

Langkah 7. Membentuk FLR asosiasi tren orde-tinggi

- a. Membentuk FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi ($h = 3$) dengan Definisi 3.2.
- b. Membentuk FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi ($h = 3$) dengan Definisi 3.2. Menentukan V sebagai frekuensi minimum sehingga FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga harus muncul tidak kurang dari V kali dengan $V = 3$.

Langkah 8. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung nilai peramalan.

- a. Menghitung nilai peramalan asosiasi jangka pendek orde-tiga.
Berdasarkan jumlah $N R_1$ dari FLR yang tersedia, hasil peramalan $x_{(1,2,3)}^*$ pada data ke- t dihitung dalam salah satu dari dua kasus yang berbeda berikut ini
 - i. $N R_1 \neq 0$

Misalkan terdapat $N R$ FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi

$$\begin{aligned} \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} &\rightarrow \Delta_{j_1} (v_1) \\ \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} &\rightarrow \Delta_{j_2} (v_2) \\ &\vdots \\ \Delta_{i_2} \Delta_{i_1} &\rightarrow \Delta_{j_{NR}} (v_{NR}) \end{aligned}$$

hasil peramalan dihitung menggunakan persamaan berikut

$$x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (\bar{x}(i_1) + x')$$

dimana $\bar{x}(i_1)$ adalah hasil defuzzifikasi berdasarkan A_{i_1} dan x' diperoleh berdasarkan Persamaan (3.7).

ii. $N R_1 = 0$

FLR asosiasi pendek tren orde tinggi yang tidak tersedia $\Delta_{i_2} \Delta_{i_1} \rightarrow \emptyset$, maka hasil peramalan $x_{(1,2,3)}^*$ diberikan sebagai $\bar{x}(i_1)$ yang dihitung dengan Persamaan (3.8)

b. Menghitung nilai peramalan asosiasi jangka panjang orde-tiga.

Berdasarkan jumlah $N R_2$ dari FLR yang tersedia, hasil peramalan $x_{(p_1, p_2, p_3)}^*$ pada data ke- t dihitung dalam salah satu dari dua kasus yang berbeda berikut ini

i. $N R_2 \neq 0$

Misalkan terdapat $N R$ FLR asosiasi jangka pendek tren orde tinggi

$$\Delta_{i_{p_2}} \Delta_{i_{p_1}} \rightarrow \Delta_{j_1} (v_1)$$

$$\Delta_{i_{p_2}} \Delta_{i_{p_1}} \rightarrow \Delta_{j_2} (v_2)$$

⋮

$$\Delta_{i_{p_2}} \Delta_{i_{p_1}} \rightarrow \Delta_{j_{NR}} (v_{NR})$$

hasil peramalan dihitung menggunakan persamaan berikut

$$x_{(p_1, p_2, p_3)}^* = x'$$

dimana x' diperoleh berdasarkan Persamaan (3.11).

ii. $N R_2 = 0$

FLR asosiasi jangka panjang tren orde tinggi yang tidak tersedia, maka tidak ada prediksi yang dapat diberikan

Langkah 9. Menghitung nilai peramalan akhir

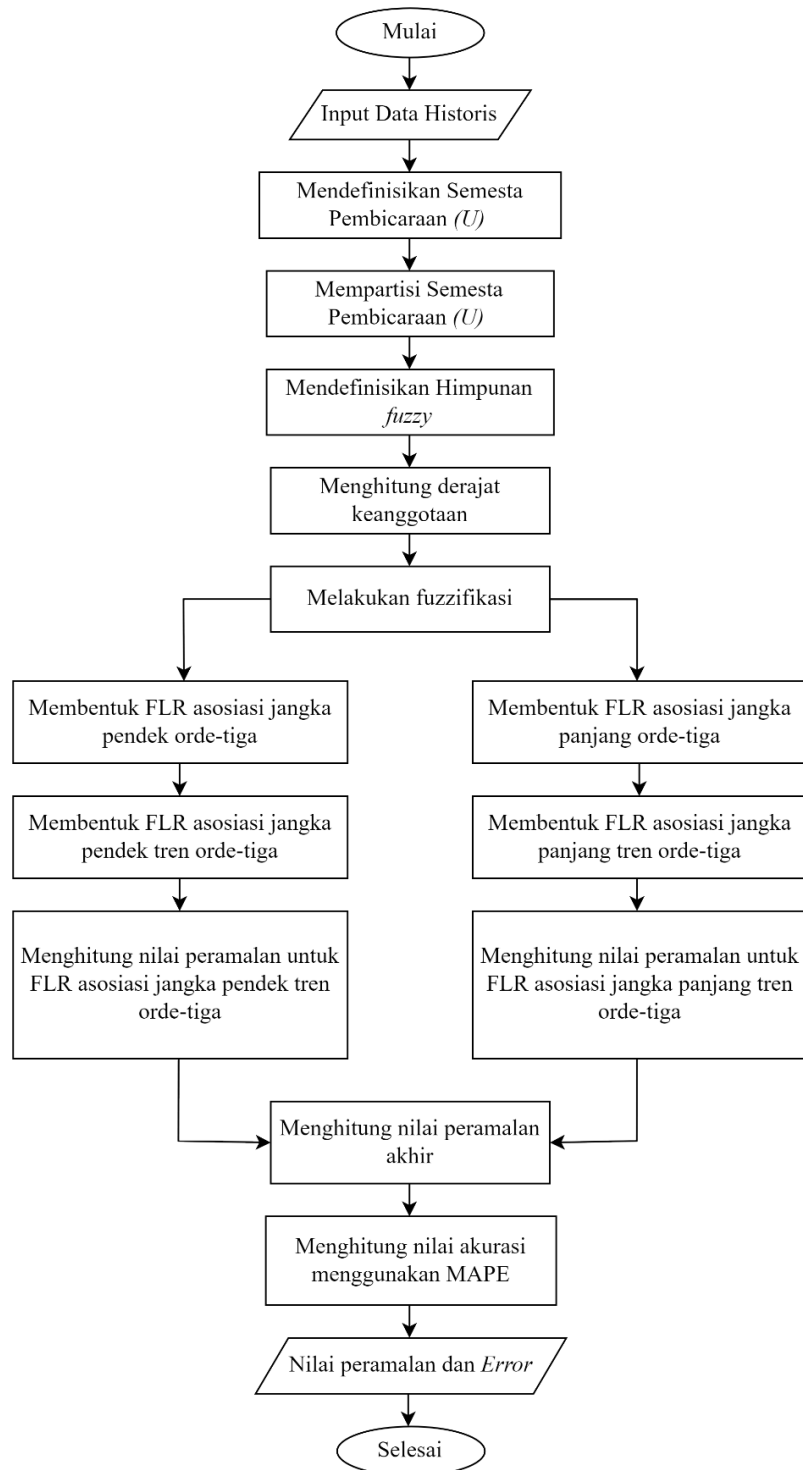
Menghitung nilai peramalan akhir x_t^* dari $x_{(1,2,3)}^*$ dan semua $x_{(p_1, p_2, p_3)}^*$. Hasil peramalan akhir pada data ke- t dihitung berdasarkan C_M^h peramalan sebagai berikut:

$$x_t^* = \begin{cases} \frac{x_{(1,2,3)}^* + \sum_{(p_1,p_2,p_3)} x_{(p_1,p_2,p_3)}^*}{C_M^h}, & W = \emptyset \\ \frac{x_{(1,2,3)}^* + \sum_{(p_1,p_2,p_3) \notin W} x_{(p_1,p_2,p_3)}^*}{C_M^h - |W|}, & W \neq \emptyset \end{cases} \quad (3.13)$$

dimana $W = \{(p_1, p_2, p_3) \mid \text{tidak ada FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga yang tersedia dalam } R_{(p_1,p_2,p_3)}^* (p_h > h) \text{ untuk peramalan}\}$.

Langkah 10. Menghitung nilai akurasi menggunakan MAPE

Berikut adalah diagram alir dari algoritma model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang pada Gambar 3.2.



Gambar 3. 2 Diagram alir model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis fuzzy orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang

3.4 Implementasi Model Peramalan *Fuzzy Time Series* Berdasarkan Hubungan Logis *Fuzzy Orde-Tiga* Menggunakan Asosiasi Jangka Pendek dan Asosiasi Jangka Panjang

Pada sub-bab ini digunakan data harga penutupan saham PT Telekomunikasi Indonesia Tbk (TLKM) pada 2 Januari 2023 sampai 29 Desember 2023 sebanyak 239 data yang diperoleh dari website <https://finance.yahoo.com>. Berikut merupakan data yang digunakan (Lampiran 1)

Tabel 3. 37 Harga saham PT Telekomunikasi Indonesia Tbk

No.	Tanggal	Harga Penutupan	No.	Tanggal	Harga Penutupan
1	02/01/2023	3800	121	11/07/2023	3980
2	03/01/2023	3860	122	12/07/2023	3980
3	04/01/2023	3820	123	13/07/2023	3920
4	05/01/2023	3770	124	14/07/2023	3930
5	06/01/2023	3710	125	17/07/2023	3910
6	09/01/2023	3790	126	18/07/2023	3850
7	10/01/2023	3830	127	20/07/2023	3850
8	11/01/2023	3870	128	21/07/2023	3860
9	12/01/2023	3860	129	24/07/2023	3900
10	13/01/2023	3780	130	25/07/2023	3880
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
105	14/06/2023	4000	225	07/12/2023	3910
106	15/06/2023	4020	226	08/12/2023	3940
107	16/06/2023	3970	227	11/12/2023	3980
108	19/06/2023	3960	228	12/12/2023	3910
109	20/06/2023	3990	229	13/12/2023	3920
110	21/06/2023	3980	230	14/12/2023	3940
111	22/06/2023	3940	231	15/12/2023	3980
112	23/06/2023	3950	232	18/12/2023	3970
113	26/06/2023	3990	233	19/12/2023	3970
114	27/06/2023	4000	234	20/12/2023	3960
115	03/07/2023	4000	235	21/12/2023	3950
116	04/07/2023	3970	236	22/12/2023	3960
117	05/07/2023	3980	237	27/12/2023	3940
118	06/07/2023	3960	238	28/12/2023	3960
119	07/07/2023	3960	239	29/12/2023	3950
120	10/07/2023	3950			

Berdasarkan data di atas, dapat dibuat grafik pergerakan saham harga penutupan PT Telekomunikasi Indonesia Tbk dan nilai rata-ratanya yang disajikan pada gambar berikut..



Gambar 3. 3 Grafik Pergerakan Saham TLKM

Gambar 3.3 menunjukkan bahwa data harga penutupan saham TLKM berfluktuasi. Akan tetapi, fluktuasi data termasuk stasioner karena naik turunnya data berada di sekitar nilai rata-rata. Rata-rata harga penutupan saham TLKM sebesar 3876,7782 dengan nilai minimum sebesar 3420 dan nilai maksimum sebesar 4400.

Dengan menggunakan data tersebut dilakukan peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang yaitu sebagai berikut.

Langkah 1. Mendefinisikan semesta pembicaraan (U)

Berdasarkan Tabel 3.19, diperoleh nilai D_{min} dan nilai D_{max} masing-masing sebesar 3420 dan 4400 serta ditentukan nilai D_1 dan D_2 masing-masing sebesar 20 dan 100. Kemudian semesta pembicaraan (U) didefinisikan menggunakan Persamaan (3.2) sebagai berikut.

$$U = [D_{min} - D_1; D_{max} + D_2]$$

$$U = [3420 - 20; 4400 + 100]$$

$$U = [3400; 4300]$$

Langkah 2. Mempartisi semesta pembicaraan (U)

Semesta pembicaraan (U) yang diperoleh pada langkah 1 dipartisi menjadi 10 interval ($k = 10$) dengan panjang setiap intervalnya didapatkan berdasarkan Persamaan (3.3) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}q &= \frac{D_{max} + D_2 - D_{min} + D_1}{10} \\ &= \frac{4400 + 100 - 3420 + 20}{10} = 110\end{aligned}$$

Dengan menggunakan Persamaan (3.4) dan Persamaan (3.5) diperoleh sebagai berikut

Untuk $i = 1$

$$Q(1) = D_{min} - D_1 + q(1 - 1) = 3420 - 20 + 110(1 - 1) = 3400$$

$$m(1) = Q(1) + \frac{q}{2} = 3400 + \frac{110}{2} = 3455$$

$$\text{Batas atas} = Q(1) + q = 3400 + 110 = 3510$$

Untuk $i = 2$

$$Q(2) = D_{min} - D_1 + q(2 - 1) = 3420 - 20 + 110(2 - 1) = 3510$$

$$m(2) = Q(2) + \frac{q}{2} = 3510 + \frac{110}{2} = 3565$$

$$\text{Batas atas} = Q(2) + q = 3510 + 110 = 3620$$

Dengan cara yang sama, diperoleh partisi semesta pembicaraan U dengan ($k = 10$) sebagai berikut:

Tabel 3. 38 Partisi interval semesta pembicaraan U

Interval	Batas Bawah ($Q(i)$)	Nilai Tengah ($m(i)$)	Batas Atas
u_1	3400	3455	3510
u_2	3510	3565	3620
u_3	3620	3675	3730
u_4	3730	3785	3840
u_5	3840	3895	3950
u_6	3950	4005	4060
u_7	4060	4115	4170
u_8	4170	4225	4280

u_9	4280	4335	4390
u_{10}	4390	4445	4500

Langkah 3. Mendefinisikan himpunan *fuzzy*

Pada langkah ini didefinisikan himpunan *fuzzy* berdasarkan Persamaan (3.1) diperoleh

$$\begin{aligned}
 A_1 &= [Q(1), Q(1), Q(1) + q] \\
 &= [3400, 3400, 3400 + 110] = [3400, 3400, 3510] \\
 A_2 &= [Q(2) - q, Q(2), Q(2) + q] \\
 &= [3510 - 110, 3510, 3510 + 110] = [3400, 3510, 3620] \\
 A_3 &= [Q(3) - q, Q(3), Q(3) + q] \\
 &= [3620 - 110, 3620, 3620 + 110] = [3510, 3620, 3730]
 \end{aligned}$$

Cara yang sama digunakan sehingga diperoleh himpunan *fuzzy* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= [3400, 3400, 3510] \\
 A_2 &= [3400, 3510, 3620] \\
 A_3 &= [3510, 3620, 3730] \\
 A_4 &= [3620, 3730, 3840] \\
 A_5 &= [3730, 3840, 3950] \\
 A_6 &= [3840, 3950, 4060] \\
 A_7 &= [3950, 4060, 4170] \\
 A_8 &= [4060, 4170, 4280] \\
 A_9 &= [4170, 4280, 4390] \\
 A_{10} &= [4280, 4390, 4500] \\
 A_{11} &= [4390, 4500, 4500]
 \end{aligned}$$

Langkah 4. Menghitung derajat keanggotaan himpunan *fuzzy*

Setelah mendefinisikan himpunan *fuzzy*, selanjutnya adalah menentukan derajat keanggotaan himpunan *fuzzy* menggunakan fungsi keanggotaan segitiga berdasarkan Definisi 2.2.

Misalkan x_t merupakan data ke- t . Pada Tabel 3.19, untuk $t = 1, x_1 = 3800$ dimana $x_1 \in u_4$. Selanjutnya derajat keanggotaan dihitung terhadap A_4 dan A_5 .

$$\begin{aligned}\mu_{A_4}(x_1) &= \mu_{A_4}(3800) & \mu_{A_5}(x_1) &= \mu_{A_5}(3800) \\ &= \frac{3840-3800}{3840-3730} & &= \frac{3800-3730}{3840-3730} \\ &= 0,363 & &= 0,637\end{aligned}$$

Misalkan untuk $t = 2, x_2 = 3860$ dimana $x_2 \in u_5$. Selanjutnya derajat keanggotaan dihitung terhadap A_5 dan A_6 .

$$\begin{aligned}\mu_{A_5}(x_2) &= \mu_{A_5}(3860) & \mu_{A_6}(x_2) &= \mu_{A_6}(3860) \\ &= \frac{3950-3860}{3950-3840} & &= \frac{3860-3840}{3950-3840} \\ &= 0,818 & &= 0,182\end{aligned}$$

Selanjutnya dengan cara yang sama dihitung derajat keanggotaan pada semua data sehingga diperoleh hasil sebagai berikut (Lampiran 2):

Tabel 3. 39 Nilai derajat keanggotaan

t	Harga Penutupan	Partisi (i)	μ_{A_i}	$\mu_{A_{i+1}}$
1	3800	u_4	0,363	0,637
2	3860	u_5	0,818	0,182
3	3820	u_4	0,182	0,818
4	3770	u_4	0,636	0,364
5	3710	u_3	0,182	0,818
6	3790	u_4	0,454	0,546
7	3830	u_4	0,090	0,910
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
233	3970	u_6	0,818	0,182
234	3960	u_6	0,910	0,090
235	3950	u_6	1	0
236	3960	u_6	0,910	0,090
237	3940	u_5	0,090	0,910
238	3960	u_6	0,910	0,090
239	3950	u_6	1	0

Langkah 5. Fuzzifikasi data

Selanjutnya adalah fuzzifikasi data yang ditentukan dengan ketentuan sebagai A_{i+1} jika $\mu_{A_i}(x_k) \leq \mu_{A_{i+1}}(x_k)$ dan sebaliknya sebagai A_i jika $\mu_{A_i}(x_k) > \mu_{A_{i+1}}(x_k)$.

Misalkan $t = 1, x_1 = 3800$ dimana $x_1 \in u_4$. Dengan ketentuan di atas, terlihat pada Tabel 3.21 bahwa $\mu_{A_4}(x_1) \leq \mu_{A_5}(x_1)$ sehingga data $x_1 = 3800$ difuzzifikasi sebagai A_5 .

Misalkan $t = 2, x_2 = 3860$ dimana $x_2 \in u_5$. Dengan ketentuan di atas, terlihat pada Tabel 3.21 bahwa $\mu_{A_5}(x_2) > \mu_{A_6}(x_2)$ sehingga data $x_{117} = 3980$ difuzzifikasi sebagai A_5 .

Dengan cara yang sama untuk data yang lain didapatkan hasil fuzzifikasi seperti pada tabel berikut (Lampiran 3):

Tabel 3. 40 Hasil fuzzifikasi

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi
1	3800	A_5	121	3980	A_6
2	3860	A_5	122	3980	A_6
3	3820	A_5	123	3920	A_6
4	3770	A_4	124	3930	A_6
5	3710	A_4	125	3910	A_6
6	3790	A_5	126	3850	A_5
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
113	3990	A_6	233	3970	A_6
114	4000	A_6	234	3960	A_6
115	4000	A_6	235	3950	A_6
116	3970	A_6	236	3960	A_6
117	3980	A_6	237	3940	A_6
118	3960	A_6	238	3960	A_6
119	3960	A_6	239	3950	A_6
120	3950	A_6			

Langkah 6. Membentuk FLR asosiasi orde-tinggi

Dengan menggunakan hasil fuzzifikasi pada Tabel 3.22 akan dibentuk FLR asosiasi orde-tinggi yaitu FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga dan FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga.

a. Membentuk FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga

Dengan menggunakan Definisi 3.1, akan dibentuk FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga ($h = 3$) yang dapat dinyatakan $F(t - 3)F(t - 2)F(t - 1) \rightarrow F(t)$ dengan FLR dimulai dari data ke-4.

Misalkan $t = 4$ maka terbentuk FLR $F(1)F(2)F(3) \rightarrow F(4)$. Berdasarkan Tabel 3.22, terlihat $F(1) = A_5, F(2) = A_5, F(3) = A_5$, dan $F(4) = A_4$ sehingga diperoleh FLR untuk $t = 4$ adalah $A_5A_5A_5 \rightarrow A_4$.

Misalkan $t = 5$ maka terbentuk FLR $F(2)F(3)F(4) \rightarrow F(5)$. Berdasarkan Tabel 3.22, terlihat $F(2) = A_5, F(3) = A_5, F(4) = A_4$, dan $F(5) = A_4$ sehingga diperoleh FLR untuk $t = 5$ adalah $A_5A_5A_4 \rightarrow A_4$.

Misalkan $t = 237$ maka terbentuk FLR $F(234)F(235)F(236) \rightarrow F(237)$. Berdasarkan Tabel 3.22, terlihat $F(234) = A_6, F(235) = A_6, F(236) = A_6$, dan $F(237) = A_6$ sehingga diperoleh FLR untuk $t = 237$ adalah $A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$.

Dengan menggunakan cara yang sama untuk data lainnya terbentuk FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga sebagai berikut (Lampiran 4):

Tabel 3. 41 FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	FLR
1	3800	A_5	
2	3860	A_5	
3	3820	A_5	
4	3770	A_4	$A_5A_5A_5 \rightarrow A_4$
5	3710	A_4	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_4$
6	3790	A_5	$A_5A_4A_4 \rightarrow A_5$
7	3830	A_5	$A_4A_4A_5 \rightarrow A_5$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
233	3970	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
234	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
235	3950	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
236	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
237	3940	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
238	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
239	3950	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$

b. Membentuk FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga

Selanjutnya pembentukan FLR asosiasi jangka panjang orde tiga ($h = 3$) berdasarkan Definisi 3.3. memiliki bentuk $F(t - p_3)F(t - p_2)F(t -$

$p_1) \rightarrow F(t)$ yang dimulai dari data ke-5 ($t = 5$). Misalkan ambang batas untuk jeda waktu maksimal diatur menjadi 4, yaitu $M = 4$; dan ambang batas frekuensi FLR asosiasi panjang tren orde tinggi diatur menjadi 3, yaitu $V = 3$. Untuk M yang diberikan, terdapat $C_M^h = C_4^3 = 4$ vektor *time lag* (p_1, p_2, p_3) yang berbeda yaitu $(1,2,3), (1,2,4), (1,3,4), (2,3,4)$. Untuk $(1,2,3)$ sudah dibentuk FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga.

Misalkan untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1,2,4)$

Jika $t = 5$, terbentuk FLR $F(1)F(3)F(4) \rightarrow F(5)$. Berdasarkan Tabel 3.22, terlihat $F(1) = A_5, F(3) = A_5, F(4) = A_4$, dan $F(5) = A_4$ sehingga diperoleh FLR untuk $t = 5$ adalah $A_5A_5A_4 \rightarrow A_4$.

Jika $t = 6$, terbentuk FLR $F(2)F(4)F(5) \rightarrow F(6)$. Berdasarkan Tabel 3.22, terlihat $F(2) = A_5, F(4) = A_4, F(5) = A_4$, dan $F(6) = A_5$ sehingga diperoleh FLR untuk $t = 5$ adalah $A_5A_4A_4 \rightarrow A_5$.

Cara yang sama digunakan untuk data lainnya dan terbentuk FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1,2,4)$ sebagai berikut (Lampiran 4):

Tabel 3. 42 FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga

$$(p_1, p_2, p_3) = (1,2,4)$$

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	FLR
1	3800	A_5	
2	3860	A_5	
3	3820	A_5	
4	3770	A_4	
5	3710	A_4	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_4$
6	3790	A_5	$A_5A_4A_4 \rightarrow A_5$
7	3830	A_5	$A_5A_4A_5 \rightarrow A_5$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
233	3970	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
234	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
235	3950	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
236	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
237	3940	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$

238	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
239	3950	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$

Dengan cara yang sama untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$ dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ didapatkan FLR asosiasi jangka panjang orde tiga sebagai berikut (Lampiran 4)

Tabel 3. 43 FLR asosiasi jangka panjang orde tiga $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$ dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	FLR $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	FLR $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$
1	3800	A_5		
2	3860	A_5		
3	3820	A_5		
4	3770	A_4		
5	3710	A_4	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_4$	$A_5A_5A_5 \rightarrow A_4$
6	3790	A_5	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_5$	$A_5A_5A_4 \rightarrow A_5$
7	3830	A_5	$A_5A_4A_5 \rightarrow A_5$	$A_5A_4A_4 \rightarrow A_5$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
233.	3970	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
234.	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
235.	3950	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
236.	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
237.	3940	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
238.	3960	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$
239.	3950	A_6	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$	$A_6A_6A_6 \rightarrow A_6$

Langkah 7. Membentuk FLR asosiasi tren orde-tinggi

Selanjutnya FLR asosiasi tren orde-tinggi dibentuk menjadi dua yaitu FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga dan FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga.

a. Membentuk FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga

Berdasarkan Definisi 3.2, pembentukan FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga dinyatakan $\Delta_{i_{p_2}}, \Delta_{i_{p_1}} \rightarrow \Delta_j$ dengan $\Delta_{i_{p_2}}, \Delta_{i_{p_1}}$ sebagai *premise observation* dan Δ_j sebagai *consequent observation* yang dimulai dari data ke-4.

Misalkan untuk $t = 4$ pada Tabel 3.23 diperoleh FLR tren orde tiga dari $A_5A_5A_5 \rightarrow A_4$ yaitu $\Delta_5\Delta_5 \rightarrow \Delta_4$, dimana $\Delta_5 = 5 - 5 = 0$, $\Delta_5 = 5 - 5 = 0$, dan $\Delta_4 = 4 - 5 = -1$ sehingga terbentuk FLR tren $0, 0 \rightarrow -1$.

Untuk $t = 5$ pada Tabel 3.23 diperoleh FLR tren orde tiga dari $A_5A_5A_4 \rightarrow A_4$ yaitu $\Delta_5\Delta_4 \rightarrow \Delta_4$, dimana $\Delta_5 = 5 - 5 = 0$, $\Delta_4 = 4 - 5 = -1$, dan $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$ sehingga terbentuk FLR tren $0, -1 \rightarrow 0$.

Untuk $t = 6$ pada Tabel 3.23 diperoleh FLR tren orde tiga dari $A_5A_4A_4 \rightarrow A_5$ yaitu $\Delta_4\Delta_4 \rightarrow \Delta_5$, dimana $\Delta_4 = 4 - 5 = -1$, $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$, dan $\Delta_5 = 5 - 4 = 1$ sehingga terbentuk FLR tren $-1, 0 \rightarrow 1$.

Dengan cara yang sama diperoleh FLR asosiasi jangka pendek tren orde tiga sebagai berikut (Lampiran 5) :

Tabel 3. 44 FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga

t	Harga Penutupan	Fuzzifikasi	FLR Tren Orde-tiga
1	3800	A_5	
2	3860	A_5	
3	3820	A_5	
4	3770	A_4	$0, 0 \rightarrow -1$
5	3710	A_4	$0, -1 \rightarrow 0$
6	3790	A_5	$-1, 0 \rightarrow 1$
7	3830	A_5	$0, 1 \rightarrow 0$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
233.	3970	A_6	$0, 0 \rightarrow 0$
234.	3960	A_6	$0, 0 \rightarrow 0$
235.	3950	A_6	$0, 0 \rightarrow 0$
236.	3960	A_6	$0, 0 \rightarrow 0$
237.	3940	A_6	$0, 0 \rightarrow 0$
238.	3960	A_6	$0, 0 \rightarrow 0$
239.	3950	A_6	$0, 0 \rightarrow 0$

Setelah FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga terbentuk, selanjutnya mengelompokkan FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga berdasarkan frekuensinya. Misal FLR tren $-1, -1 \rightarrow 0$ terdapat satu yaitu pada data ke-86.

Misal FLR tren $-1, -1 \rightarrow 1$ terdapat satu yaitu pada data ke-42. Begitu pun dengan FLR tren yang lain terlihat pada tabel berikut

Tabel 3. 45 FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga berdasarkan frekuensinya

FLR tren orde-tiga	ν	FLR tren orde-tiga	ν
$-1, -1 \rightarrow 0$	1	$0, 0 \rightarrow 1$	17
$-1, -1 \rightarrow 1$	1	$0, 1 \rightarrow -1$	6
$-1, 0 \rightarrow -1$	4	$0, 1 \rightarrow 0$	15
$-1, 0 \rightarrow 0$	16	$0, 1 \rightarrow 1$	2
$-1, 0 \rightarrow 1$	5	$1, -1 \rightarrow -1$	2
$-1, 1 \rightarrow -1$	4	$1, -1 \rightarrow 0$	7
$-1, 1 \rightarrow 0$	2	$1, -1 \rightarrow 1$	2
$-1, 1 \rightarrow 1$	2	$1, 0 \rightarrow -1$	3
$-1, 2 \rightarrow -1$	1	$1, 0 \rightarrow 0$	16
$0, -1 \rightarrow 0$	16	$1, 0 \rightarrow 1$	1
$0, -1 \rightarrow 1$	5	$1, 1 \rightarrow -1$	1
$0, -1 \rightarrow 2$	1	$1, 1 \rightarrow 0$	3
$0, 0 \rightarrow -1$	15	$2, -1 \rightarrow 0$	1
$0, 0 \rightarrow 0$	87		

b. Membentuk FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga

Selanjutnya dibentuk FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga dengan menggunakan Definisi 3.2 dengan $\Delta_{i_{p_2}}, \Delta_{i_{p_1}}$ sebagai *premise observation* dan Δ_j sebagai *consequent observation* yang dimulai dari data ke-5.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$ pada $t = 5$

Pada Tabel 3.24 diperoleh FLR asosiasi jangka panjang tren orde tiga dari $A_5 A_5 A_4 \rightarrow A_4$ yaitu $\Delta_5 \Delta_4 \rightarrow \Delta_4$, dimana $\Delta_5 = 5 - 5 = 0$, $\Delta_4 = 4 - 5 = -1$, dan $\Delta_4 = 4 - 4 = 0$ sehingga terbentuk $0, -1 \rightarrow 0$.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$ pada $t = 6$

Pada Tabel 3.25 diperoleh FLR asosiasi jangka panjang tren orde tiga dari $A_5 A_5 A_4 \rightarrow A_5$ yaitu $\Delta_5 \Delta_4 \rightarrow \Delta_5$, dimana $\Delta_5 = 5 - 5 = 0$, $\Delta_4 = 4 - 5 = -1$, dan $\Delta_5 = 5 - 4 = 1$ sehingga terbentuk $0, -1 \rightarrow 1$.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ pada $t = 5$

Pada Tabel 3.25 diperoleh FLR asosiasi jangka panjang tren orde tiga dari $A_5A_5A_5 \rightarrow A_4$ yaitu $\Delta_5\Delta_5 \rightarrow \Delta_4$, dimana $\Delta_5 = 5 - 5 = 0$, $\Delta_5 = 5 - 5 = 0$, dan $\Delta_4 = 4 - 5 = -1$ sehingga terbentuk $0, 0 \rightarrow -1$.

Dengan cara yang sama diperoleh FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$, $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$, dan $(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$ sebagai berikut (Lampiran 5):

Tabel 3. 46 FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga

t	Harga Penutupan	$(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$	$(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	$(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$
1	3800			
2	3860			
3	3820			
4	3770			
5	3710	$0, -1 \rightarrow 0$	$0, -1 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow -1$
6	3790	$-1, 0 \rightarrow 1$	$0, -1 \rightarrow 1$	$0, -1 \rightarrow 1$
7	3830	$-1, 1 \rightarrow 0$	$-1, 1 \rightarrow 0$	$-1, 0 \rightarrow 1$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
233.	3970	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$
234.	3960	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$
235.	3950	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$
236.	3960	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$
237.	3940	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$
238.	3960	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$
239.	3950	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$	$0, 0 \rightarrow 0$

Setelah FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga terbentuk, selanjutnya mengelompokkan FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga berdasarkan frekuensinya dengan $V = 3$

Tabel 3. 47 FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga berdasarkan frekuensinya

$(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$	v	$(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 4)$	v	$(p_1, p_2, p_3) = (2, 3, 4)$	v
$-1, 0 \rightarrow -1$	4	$-1, -1 \rightarrow 0$	3	$-1, 0 \rightarrow -1$	4
$-1, 0 \rightarrow 0$	22	$-1, 0 \rightarrow -1$	3	$-1, 0 \rightarrow 0$	16
$-1, 0 \rightarrow 1$	6	$-1, 0 \rightarrow 0$	15	$-1, 0 \rightarrow 1$	5
$-1, 1 \rightarrow -1$	4	$-1, 0 \rightarrow 1$	3	$-1, 1 \rightarrow -1$	4

-1, 1 → 0	4	-1, 1 → -1	3	0, -1 → 0	12
0, -1 → 0	16	-1, 1 → 0	5	0, -1 → 1	6
0, -1 → 1	4	0, -1 → 0	22	0, 0 → -1	21
0, 0 → -1	12	0, -1 → 1	6	0, 0 → 0	71
0, 0 → 0	70	0, 0 → -1	12	0, 0 → 1	24
0, 0 → 1	13	0, 0 → 0	70	0, 1 → -1	5
0, 1 → -1	5	0, 0 → 1	15	0, 1 → 0	15
0, 1 → 0	14	0, 1 → -1	6	1, -1 → -1	3
1, -1 → 0	7	0, 1 → 0	24	1, -1 → 0	6
1, 0 → -1	4	0, 1 → 1	3	1, 0 → -1	5
1, 0 → 0	24	1, -1 → 0	6	1, 0 → 0	11
1, 0 → 1	4	1, 0 → -1	5	1, 0 → 1	4
		1, 0 → 0	11		
		1, 0 → 1	3		
		1, 1 → 0	3		

Langkah 8. Melakukan defuzzifikasi dan menghitung nilai peramalan
Setelah mengelompokkan FLR tren orde-tiga berdasarkan frekuensinya,
dilakukan defuzzifikasi setiap himpunan *fuzzy* berdasarkan Persamaan (3.8)
dan Tabel 3.20. Hasil defuzzifikasi dari himpunan *fuzzy* sebagai berikut:

Misal $i = 1$, diperoleh A_1 ,

$$A_1 = \frac{0,5m(1) + Q(1)}{1,5} = \frac{0,5 \cdot 3455 + 3400}{1,5} = 3418,33$$

Misal $i = 2$, diperoleh A_2 ,

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{0,5m(1) + Q(2) + 0,5m(3)}{2} \\ &= \frac{0,5 \cdot 3455 + 3510 + 0,5 \cdot 3675}{2} \\ &= 3537,5 \end{aligned}$$

Menggunakan cara yang sama, diperoleh hasil defuzzifikasi dari setiap himpunan *fuzzy*.

Tabel 3. 48 Defuzzifikasi himpunan *fuzzy*

Himpunan <i>Fuzzy</i>	Defuzzifikasi
A_1	3418,33
A_2	3537,5

A_3	3647,5
A_4	3757,5
A_5	3867,5
A_6	3977,5
A_7	4087,5
A_8	4197,5
A_9	4307,5,6
A_{10}	4417,5
A_{11}	4481,66

Selanjutnya menghitung nilai peramalan pada asosiasi jangka pendek orde-tiga dan asosiasi jangka panjang orde-tiga.

- a. Menghitung nilai peramalan asosiasi jangka pendek orde-tiga.

Nilai peramalan dihitung untuk setiap FLR asosiasi jangka pendek orde-tiga pada Tabel 3.23 berdasarkan *premise observation* FLR tren orde-tiga pada Tabel 3.27.

Misal untuk $x_5 = 3710$ yaitu data pada 6 Januari 2023.

Fuzzifikasi dari x_2, x_3, x_4 masing-masing adalah A_5, A_5, A_4 . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_5 = 0, \Delta_4 = -1$. Berdasarkan Tabel 3.27, diperoleh *premise observation* FLR tren orde-tinggi untuk x_5 adalah $0, -1$ sebagai berikut

$$0, -1 \rightarrow 0(16)$$

$$0, -1 \rightarrow 1(5)$$

$$0, -1 \rightarrow 2(1)$$

sehingga termasuk dalam kasus $1 : NR = 3 \neq 0$. Dari FLR ini, akan dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.6)

$$x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (\bar{x}(4) + x')$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_1} = 4 + 0 = 4$$

$$l_2 = i_1 + \Delta_{j_2} = 4 + 1 = 5$$

$$l_3 = i_1 + \Delta_{j_3} = 4 + 2 = 6$$

$$x' = \frac{16 \times \bar{x}(4) + 5 \times \bar{x}(5) + 1 \times \bar{x}(6)}{16 + 5 + 1}$$

Berdasarkan Tabel 3.30, diperoleh $x' = 3792,5$ dan $\bar{x}(4) = 3757,5$ sehingga $x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (3757,5 + 3792,5) = 3775$

Misal untuk $x_{237} = 3940$ yaitu data pada 27 Desember 2023.

Fuzzifikasi dari $x_{234}, x_{235}, x_{236}$ masing-masing adalah A_6, A_6, A_6 . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_6 = 0, \Delta_6 = 0$. Berdasarkan Tabel 3.27, diperoleh *premise observation* FLR tren orde-tinggi untuk x_{237} adalah 0, 0 sebagai berikut

$$0, 0 \rightarrow -1(15)$$

$$0, 0 \rightarrow 0(87)$$

$$0, 0 \rightarrow 1(17)$$

sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 3 \neq 0$. Dari FLR ini, akan dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.6)

$$x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (\bar{x}(6) + x')$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_1} = 6 + (-1) = 5$$

$$l_2 = i_1 + \Delta_{j_2} = 6 + 0 = 6$$

$$l_3 = i_1 + \Delta_{j_3} = 6 + 1 = 7$$

$$x' = \frac{15 \times \bar{x}(5) + 87 \times \bar{x}(6) + 17 \times \bar{x}(7)}{15 + 87 + 17}$$

Berdasarkan Tabel 3.30, diperoleh $x' = 3979,3487$ dan $\bar{x}(6) = 3977,5$ sehingga $x_{(1,2,3)}^* = 0,5 \times (3977,5 + 3979,3487) = 3978,424$

Dengan cara yang sama untuk data yang lainnya didapatkan hasil peramalan sebagai berikut (Lampiran 6)

Tabel 3. 49 Hasil peramalan fuzzy time series asosiasi jangka pendek orde-tiga

No	Tanggal	Harga Penutupan	Nilai Peramalan
4	05/01/2023	3770	3868,424

5	06/01/2023	3710	3775
6	09/01/2023	3790	3759,7
7	10/01/2023	3830	3857,935
⋮	⋮	⋮	⋮
233	19/12/2023	3970	3978,424
234	20/12/2023	3960	3978,424
235	21/12/2023	3950	3978,424
236	22/12/2023	3960	3978,424
237	27/12/2023	3940	3978,424
238	28/12/2023	3960	3978,424
239	29/12/2023	3950	3978,424

- b. Menghitung nilai peramalan asosiasi jangka panjang orde-tiga.

Nilai peramalan dihitung untuk setiap FLR asosiasi jangka panjang orde-tiga pada Tabel 3.24 dan Tabel 3.25 berdasarkan *premise observation* FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga pada Tabel 3.29.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1, 2, 4)$

Pada $x_7 = 3830$ yaitu data pada 10 Januari 2023.

Fuzzifikasi dari x_3, x_5, x_6 masing-masing adalah A_5, A_4, A_5 . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_4 = -1, \Delta_5 = 1$. Berdasarkan Tabel 3.29, diperoleh *premise observation* FLR tren orde-tinggi untuk x_7 adalah $-1, 1$ sebagai berikut

$$-1, 1 \rightarrow -1(4)$$

$$-1, 1 \rightarrow 0(4)$$

sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 2 \neq 0$. Dari FLR ini, akan dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.6)

$$x_{(1,2,4)}^* = x'$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_1} = 5 + (-1) = 4$$

$$l_2 = i_1 + \Delta_{j_2} = 5 + 0 = 5$$

$$x' = \frac{4 \times \bar{x}(4) + 4 \times \bar{x}(5)}{4 + 4}$$

Berdasarkan Tabel 3.30, diperoleh $x' = 3812,5$ sehingga $x_{(1,2,4)}^* = 3812,5$

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (1,3,4)$

$x_{13} = 3930$ yaitu data pada 18 Januari 2023.

Fuzzifikasi dari x_9, x_{10}, x_{12} masing-masing adalah A_5, A_4, A_6 . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_4 = -1, \Delta_6 = 2$. Berdasarkan Tabel 3.27, diperoleh *premise observation* FLR tren orde-tinggi untuk x_{13} adalah $-1, 2 \rightarrow \emptyset$ yang termasuk dalam kasus $2 : N R = 0$ sehingga tidak ada prediksi yang diberikan.

Misal untuk $(p_1, p_2, p_3) = (2,3,4)$

Pada $x_7 = 3830$ yaitu data pada 10 Januari 2023.

Fuzzifikasi dari x_3, x_4, x_5 masing-masing adalah A_5, A_4, A_4 . Menurut Definisi 3.2, diperoleh $\Delta_4 = -1, \Delta_4 = 0$. Berdasarkan Tabel 3.29, diperoleh *premise observation* FLR tren orde-tinggi untuk x_7 adalah $-1, 0$ sebagai berikut

$$-1, 0 \rightarrow -1(4)$$

$$-1, 0 \rightarrow 0(16)$$

$$-1, 0 \rightarrow 1(5)$$

sehingga termasuk dalam kasus $1 : N R = 3 \neq 0$. Dari FLR ini, akan dihitung nilai peramalan menggunakan Persamaan (3.6)

$$x_{(2,3,4)}^* = x'$$

dimana

$$l_1 = i_1 + \Delta_{j_1} = 4 + (-1) = 3$$

$$l_2 = i_1 + \Delta_{j_2} = 4 + 0 = 4$$

$$l_3 = i_1 + \Delta_{j_3} = 4 + 1 = 5$$

$$x' = \frac{4 \times \bar{x}(3) + 16 \times \bar{x}(4) + 5 \times \bar{x}(5)}{4 + 16 + 5}$$

Berdasarkan Tabel 3.30, diperoleh $x' = 3761,9$ sehingga $x_{(2,3,4)}^* = 3761,9$.

Dengan cara yang sama untuk data yang lainnya pada $(p_1, p_2, p_3) = (1,2,4)$, $(p_1, p_2, p_3) = (1,3,4)$, dan $(p_1, p_2, p_3) = (2,3,4)$ didapatkan hasil peramalan sebagai berikut (Lampiran 6)

Tabel 3. 50 Hasil peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga

No	Tanggal	Harga Penutupan	$x_{(1,2,4)}^*$	$x_{(1,3,4)}^*$	$x_{(2,3,4)}^*$
5	06/01/2023	3710	3779,5	3781,0714	3870,345
6	09/01/2023	3790	3764,375	3781,0714	3794,167
7	10/01/2023	3830	3812,5	3826,25	3761,9
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
233	19/12/2023	3970	3978,658	3980,902	3980,345
234	20/12/2023	3960	3978,658	3980,902	3980,345
235	21/12/2023	3950	3978,658	3980,902	3980,345
236	22/12/2023	3960	3978,658	3980,902	3980,345
237	27/12/2023	3940	3978,658	3980,902	3980,345
238	28/12/2023	3960	3978,658	3980,902	3980,345
239	29/12/2023	3950	3978,658	3980,902	3980,345

Langkah 9. Menghitung nilai peramalan akhir

Setelah hasil peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek dan peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang dihitung, selanjutnya menghitung nilai peramalan akhir berdasarkan Persamaan (3.13)

$$x_t^* = \begin{cases} \frac{x_{(1,2,3)}^* + \sum_{(p_1,p_2,p_3)} x_{(p_1,p_2,p_3)}^*}{C_M^h}, & W = \emptyset \\ \frac{x_{(1,2,3)}^* + \sum_{(p_1,p_2,p_3) \notin W} x_{(p_1,p_2,p_3)}^*}{C_M^h - |W|}, & W \neq \emptyset \end{cases}$$

Untuk $t = 5$

$$\begin{aligned} x_t^* &= \frac{x_{(1,2,3)}^* + \sum_{(p_1,p_2,p_3) \notin W} x_{(p_1,p_2,p_3)}^*}{C_M^h - |W|} \\ &= \frac{3775 + 3779,5 + 3781,071 + 3870,345}{4 - 0} \\ &= 3801,479 \end{aligned}$$

Untuk $t = 6$

$$\begin{aligned}
x_t^* &= \frac{x_{(1,2,3)}^* + \sum_{(p_1,p_2,p_3) \notin W} x_{(p_1,p_2,p_3)}^*}{C_M^h - |W|} \\
&= \frac{3759,7 + 3764,375 + 3781,071 + 3794,167}{4 - 0} \\
&= 3774,828
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara yang sama untuk data historis lainnya, nilai peramalan akhir sebagai berikut (Lampiran 7):

Tabel 3. 51 Hasil peramalan akhir model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan FLR orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka pendek

No	Tanggal	Harga Penutupan	Nilai Peramalan Akhir
5	06/01/2023	3710	3801,479
6	09/01/2023	3790	3774,828
7	10/01/2023	3830	3814,646
⋮	⋮	⋮	⋮
233	19/12/2023	3970	3979,582
234	20/12/2023	3960	3979,582
235	21/12/2023	3950	3979,582
236	22/12/2023	3960	3979,582
237	27/12/2023	3940	3979,582
238	28/12/2023	3960	3979,582
239	29/12/2023	3950	3979,582

Langkah 10. Menghitung nilai akurasi menggunakan MAPE

Pada langkah ini akan dihitung nilai akurasi dari hasil peramalan akhir pada Tabel 3.33 menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Misalkan untuk $t = 5$ memiliki harga penutupan (x_i) 3710 dan nilai peramalan (x_i^*) 3801,479 maka diperoleh,

$$\left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{3801,479 - 3710}{3710} \right| = 0,024657$$

Untuk $t = 6$ memiliki harga penutupan (x_i) 3790 dan nilai peramalan (x_i^*) 3774,828 maka diperoleh,

$$\left| \frac{x_i^* - x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{3774,828 - 3790}{3790} \right| = 0,004003$$

Hasil untuk semua data disajikan pada tabel berikut (Lampiran 8):

Tabel 3. 52 Nilai MAPE

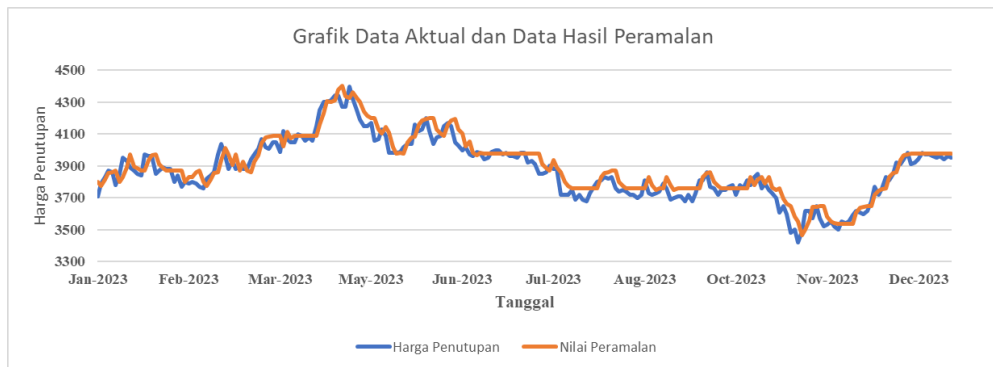
No	Tanggal	Harga Penutupan (x_i)	Nilai Peramalan Akhir (x_t^*)	$\left \frac{x_t^* - x_i}{x_i} \right $
5	06/01/2023	3710	3801,479	0,024657
6	09/01/2023	3790	3774,828	0,004003
7	10/01/2023	3830	3814,646	0,004009
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
233	19/12/2023	3970	3979,582	0,002414
234	20/12/2023	3960	3979,582	0,004945
235	21/12/2023	3950	3979,582	0,007489
236	22/12/2023	3960	3979,582	0,004945
237	27/12/2023	3940	3979,582	0,010046
238	28/12/2023	3960	3979,582	0,004945
239	29/12/2023	3950	3979,582	0,007489

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_t^* - x_i}{x_i} \right| \times 100\% = \frac{1}{235} \times 2,848227 \times 100\%$$

$$= 1,21201\%$$

Berdasarkan nilai MAPE tersebut, diperoleh $1,21201\% < 10\%$ sehingga peramalan harga penutupan saham PT Telekomunikasi Tbk menggunakan model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan FLR orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka pendek memperoleh hasil yang sangat baik.

Grafik dari hasil peramalan yang telah diperoleh dan data asli dapat disajikan pada Gambar 3.4 berikut



Gambar 3. 4 Grafik Data Aktual dan Data Hasil Peramalan Harga Penutupan Saham TLKM

Pada Gambar 3.4 terlihat bahwa nilai dari peramalan akhir model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan FLR orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka pendek memiliki grafik yang hampir sama dengan data aktual dengan nilai akurasi sebesar 1,21201% dimana nilai akurasi tersebut kurang dari 10% sehingga hasil yang diperoleh sangat baik.

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari pembahasan pada bab sebelumnya, berikut merupakan kesimpulan yang diperoleh :

1. Model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang merupakan model peramalan baru yang menggabungkan asosiasi jangka panjang dengan peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka pendek. Algoritma peramalan menggunakan model ini menghasilkan nilai peramalan dari perhitungan FLR asosiasi jangka pendek tren orde-tiga dan perhitungan FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga, Perhitungan pada FLR peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang orde-tiga dipengaruhi oleh M yang merupakan ambang batas dan pada FLR peramalan *fuzzy time series* asosiasi jangka panjang tren orde-tiga dipengaruhi oleh V yang merupakan frekuensi minimum. Setelah mendapatkan hasil peramalan tersebut dilanjutkan dengan menghitung peramalan akhir dengan mempertimbangkan hasil dari C_M^h dan ketersediaan setiap FLR asosiasi jangka panjang tren orde-tiga
2. Model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang yang diimplementasikan pada data saham harga penutupan PT Telekomunikasi Indonesia Tbk periode 2 Januari 2023 sampai 29 Desember 2023 menghasilkan nilai akurasi peramalan yang sangat baik. Dengan $M = 4$ dan $V = 3$, diperoleh nilai akurasi menggunakan MAPE sebesar 1,21201% dimana nilai akurasi tersebut kurang dari 10% yang berarti model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan FLR orde-tiga menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka pendek mendapatkan hasil yang sangat baik.

4.2 Saran

Berdasarkan hasil pembahasan dan kesimpulan model peramalan *fuzzy time series* berdasarkan hubungan logis *fuzzy* orde-tinggi menggunakan asosiasi jangka pendek dan asosiasi jangka panjang dengan $h = 3$, $M = 4$, dan $V = 3$ memiliki tingkat akurasi dengan $MAPE < 10\%$ sehingga saran untuk penelitian selanjutnya yaitu membandingkan nilai akurasi menggunakan M dan V yang berbeda serta menghitung nilai peramalan yang akan datang.