

SKRIPSI

***CLUSTERING DALAM RANTAI MARKOV MENGGUNAKAN
ALGORITMA LEFT SINGULAR VECTOR DARI MATRIKS LAPLACIAN***

***CLUSTERING IN MARKOV CHAINS USING LEFT SINGULAR VECTOR
ALGORITHM OF LAPLACIAN MATRIX***



**DIMAS BAYU ILHAM AGUNG
24010119140093**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2023

SKRIPSI

***CLUSTERING DALAM RANTAI MARKOV MENGGUNAKAN
ALGORITMA LEFT SINGULAR VECTOR DARI MATRIKS LAPLACIAN***

***CLUSTERING IN MARKOV CHAINS USING LEFT SINGULAR VECTOR
ALGORITHM OF LAPLACIAN MATRIX***

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana
Matematika (S.Mat)



DIMAS BAYU ILHAM AGUNG

24010119140093

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2023

HALAMAN PENGESAHAN

SKIRPSI

**CLUSTERING DALAM RANTAI MARKOV MENGGUNAKAN ALGORITMA
LEFT SINGULAR VECTOR DARI MATRIKS LAPLACIAN**

Telah disiapkan dan disusun oleh:

DIMAS BAYU ILHAM AGUNG

24010119140093

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 05 September 2023

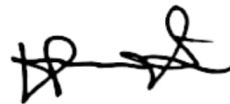
Susunan Tim Penguji

Pembimbing II/Penguji,



Drs. YD. Sumanto, M.Si
NIP. 196409181993031002

Penguji,



Suryoto, S.Si, M.Si
NIP. 196807141994031004

Mengetahui,



Ketua Departemen Matematika
UNIVERSITAS DHARMA NEGORO
Dr. Susilo Haryanto, S.Si., M.Si.
NIP. 197110112000121001

Pembimbing I/Penguji,



Dr. Titi Udjiani SRRM, M.Si
NIP. 196402231991022001

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa pada skripsi ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Semarang, 05 September 2023

Dimas Bayu Ilham Agung

HALAMAN PERSEMBAHAN

Untuk mereka motivasi setiap langkah saya; Orang tua dan keluarga besar

Untuk mereka yang mengiringi perjalanan saya: Fadhil, Galih, Alpin, Gege, Salsa,
Tata dan Nurul

Untuk mereka yang membantu bertahan dan tetap berjalan: Marsel, Ica, Essa

Untuk mereka yang membawa kenangan indah pada kota asal: Fiqha, Fardhu, Aldy,
Guruh, Wisnu dan Fai

Dan untuk semua pihak yang telah memberikan semangat dan mengantarkan saya
pada hari ini,

Terimakasih.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas kehendak dan karunia-Nya, sehingga tugas akhir berjudul “*Clustering* dalam Rantai Markov Menggunakan *Left Singular Vector* dari Matriks Laplacian” dapat terselesaikan.

Tugas akhir ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika Strata 1 (S1) pada Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro.

Penyusunan tugas akhir ini tidak luput dari bantuan banyak pihak, ucapan terima kasih disampaikan kepada;

1. Dr. Susilo Hariyanto, S.Si., M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro,
2. Dr. Titi Udjiani SRRM, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan motivasi,
3. Drs. YD. Somanto, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan pengarahannya,
4. Serta semua pihak yang telah terlibat secara langsung dan tidak langsung.

Penyusunan tugas akhir ini masih jauh dari kata sempurna, sehingga diharapkan adanya kritik dan saran yang membangun. Kiranya tugas akhir ini dapat menjadi manfaat bagi banyak pihak.

Semarang, 05 September 2023

Dimas Bayu Ilham Agung

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN SAMPUL.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iii
PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	v
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	x
DAFTAR SIMBOL.....	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
ABSTRAK.....	xiv
ABSTRACT.....	xv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Metodologi Penelitian.....	4
1.7 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II LANDASAN TEORI.....	6
2.1. <i>Clustering</i>	6
2.2 Terminologi dan Notasi Matriks.....	7
2.3 Operasi Matriks.....	10
2.4 Determinan Matriks.....	12
2.5 Invers Matriks.....	13
2.6 Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	14
2.7 Ruang Hasil Kali Dalam.....	16

2.8 Norma Vektor.....	18
2.9 Ortogonal dan Ortonormal	18
2.10 Diagonalisasi	21
2.11 <i>Markov Chain</i>	30
BAB III PEMBAHASAN.....	32
3.1 <i>Singular Value Decomposition (SVD)</i>	32
3.2 <i>Matriks Laplacian</i>	46
3.4 <i>Dangling Node Fix</i>	47
3.5 Metode <i>Clustering Left Singular Vector</i>	49
3.6 Simulasi Metode <i>Clustering</i>	53
3.6.1 Simulasi Metode <i>Clustering</i> Manual	53
3.5.2 Simulasi Metode <i>Clustering</i> Matlab.....	69
3.6 Evaluasi Metode <i>Clustering</i>	78
3.6 Hasil Numerik	85
BAB IV PENUTUP	94
4.1 Kesimpulan.....	94
4.2 Saran	94
DAFTAR PUSTAKA	95
LAMPIRAN.....	97

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Probabilitas Transisi Cuaca	30
Tabel 3. 1 Probabilitas Transisi Pembelian Makanan	53
Tabel 3. 2 Probabilitas Transisi Akses <i>Website Marketplace</i>	70
Tabel 3. 3 Dataset Harga Saham BBCA	85
Tabel 3. 4 Tabel Interval Masing Masing Kelas	87
Tabel 3. 5 Pengelompokan Harga Penutupan Saham BBCA.....	88
Tabel 3. 6 Harga Saham dan Transisi State.....	88
Tabel 3. 7 Pembobotan Transisi	89
Tabel 3. 8 Normalisasi Matriks Pembobotan	89

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3. 1 Ilustrasi dari Metode <i>Clustering</i>	52
Gambar 3. 2 <i>Cluster</i> Saham BBCA pada Nilai Toleransi $\tau = 0,1$	91
Gambar 3. 3 <i>Cluster</i> Saham BBCA pada Nilai Toleransi $\tau = 0,25$	92

DAFTAR SIMBOL

- $A_{m \times n}$: Matriks A yang terdiri dari m baris dan n kolom.
- a_{ij} : Entri matriks A pada baris ke- i dan kolom ke- j .
- D : Matriks dengan ukuran $n \times n$ dengan semua entri diluar dari diagonal utamanya adalah 0.
- I_n : Matriks berukuran $n \times n$ dengan entri 1 pada diagonal utama dan entri 0 pada bagian lainnya.
- J : Matriks berukuran $n \times n$ dengan entri setiap baris dan kolom bernilai 1.
- A^T : Matriks baru yang diperoleh dari menukar elemen baris dan kolom matriks A yang dinyatakan sebagai transpose matriks A
- $\det(A)$: Jumlah semua hasil kali dasar bertanda dari matriks A berukuran $n \times n$ yang dinyatakan sebagai fungsi determinan.
- M_{ij} : Determinan submatriks yang tersisa setelah baris ke- i dan kolom ke- j dihapus dari matriks asal yang dinyatakan sebagai minor
- C_{ij} : Hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menuruti suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$ yang dinyatakan sebagai kofaktor
- A^{-1} : Invers dari matriks A .
- λ : Nilai eigen dari matriks
- R^n : Ruang vektor yang terdiri dari himpunan vektor kolom dengan n -dimensi
- \mathbf{u}, \mathbf{v} : Sembarang vektor \mathbf{u} dan vektor \mathbf{v} pada ruang R^n
- $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$: Operasi hasilkali dalam untuk vektor \mathbf{u} dan \mathbf{v}
- $|\mathbf{u}|$: Nilai mutlak dari vektor \mathbf{u}

- $\|\mathbf{u}\|_2$: Panjang vektor \mathbf{u} menggunakan norma Euclidian pada ruang R^n
- \mathbf{r}_i : Vektor baris dari baris ke- i pada matriks
- \mathbf{c}_i : Vektor kolom dari baris ke- i pada matriks
- σ : Nilai singular dari matriks
- σ_i : Nilai singular terkecil kedua dari matriks
- \mathbf{u}_i : Vektor dari matriks *left singular vector* yang bersesuaian dengan σ_i
- $L(\mathbf{A})$: Mengubah matriks \mathbf{A} kedalam bentuk matriks Laplacian
- $dnf(\mathbf{A})$: *Dangling node fix* pada matriks \mathbf{A} untuk mengubah matriks \mathbf{A} menjadi stokastik.
- τ : Nilai toleransi
- $\mathbf{u}(\mathbf{T}, \tau)$: Nilai yang diperoleh dari nilai mutlak $|\mathbf{u}_i|$ yang dinyatakan dengan *left-iterative weight vector*.
- $\mathbf{W}_u(\mathbf{A})$: Metode evaluasi *cluster* dari matriks \mathbf{A} yang dinyatakan dengan *coupling matrix*

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. <i>Script Menormalisasi Matriks</i>	97
Lampiran 2. <i>Script Laplacian Matrix</i>	97
Lampiran 3. <i>Command Singular Value Decomposition</i>	97
Lampiran 4. <i>Scripts Dangling Node Fix</i>	97
Lampiran 5. <i>Scripts Coupling Matrix</i>	97
Lampiran 6. <i>Script Clustering Left Singular Vector</i>	98
Lampiran 7. <i>Script Visualisasi</i>	100
Lampiran 8. Analisis Nilai Toleransi Dinaikkan	102
Lampiran 9. Data Saham BBCA.....	107
Lampiran 10. Pengelompokan Data dalam Kelas dan Transisi Kelas	112

ABSTRAK

CLUSTERING DALAM RANTAI MARKOV MENGGUNAKAN ALGORITMA LEFT SINGULAR VECTOR DARI MATRIKS LAPLACIAN

oleh

Dimas Bayu Ilham Agung

24010119140093

Clustering dalam matriks stokastik yang diperoleh dari rantai Markov ditujukan untuk mengidentifikasi keterkaitan antar *state* yang menjadi *cluster* dalam proses *clustering*. Untuk dapat membentuk *cluster*, metode *clustering* memanfaatkan nilai positif dan negatif dari *left singular vector* \mathbf{u}_i yang bersesuaian dengan nilai singular terkecil kedua (σ_i) dari matriks Laplacian yang diperoleh dari matriks stokastik. Metode *clustering* dievaluasi untuk mengetahui hasil *cluster* yang diperoleh menggunakan *Coupling matrix* dan divisualisasi sebagai informasi tambahan tentang distribusi *cluster*. Sebagai pembuktian dari metode *clustering* dapat membagi matriks stokastik *Markov chain*, ada beberapa contoh hasil yang dapat memberikan gambaran dari metode yang dipakai.

Kata kunci : *Clustering, Markov chain, Singular Value Decomposition,*

ABSTRACT

CLUSTERING DALAM RANTAI MARKOV MENGGUNAKAN ALGORITMA LEFT SINGULAR VECTOR DARI Matriks LAPLACIAN

oleh

Dimas Bayu Ilham Agung

24010119140093

Clustering in stochastic matrices obtained from Markov chains is aimed at identifying the relationship between states that become clusters in the clustering process. To be able to form clusters, the clustering method utilizes the positive and negative values of the left singular vector \mathbf{u}_i corresponding to the second smallest singular value (σ_i) of Laplacian matrix obtained from the stochastic matrix. The clustering method is evaluated to determine the cluster results obtained using the Coupling matrix and visualized as additional information about the cluster distribution. To prove that the clustering method can split the stochastic Markov chain matrix, there are several numerical results that can illustrate the method used.

Keywords : *Clustering, Markov chain, Singular Value Decomposition,*